



Etude du couplage thermomécanique dans la propagation dynamique de fissure.

Zoumana Soumahoro

► To cite this version:

Zoumana Soumahoro. Etude du couplage thermomécanique dans la propagation dynamique de fissure.. Mécanique des structures [physics.class-ph]. Ecole Polytechnique X, 2005. Français. NNT : . pastel-00001627

HAL Id: pastel-00001627

<https://pastel.archives-ouvertes.fr/pastel-00001627>

Submitted on 28 Jul 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Thèse de Doctorat de l'Ecole Polytechnique

Filière : **Mécanique, Matériaux**

Spécialité : **Dynamique des Structures et des Systèmes Couplés**

présentée par

Zoumana SOUMAHORO

pour obtenir le grade de

DOCTEUR de l'ECOLE POLYTECHNIQUE

Etude du couplage thermomécanique dans la propagation dynamique de fissure

Directeur de thèse :

H. MAIGRE

Date de soutenance :

2 Décembre 2005

Jury :

C. STOLZ

Président

C. FOND

Rapporteur

H. ZHAO

Rapporteur

D. GUEUGNAUT

Examineur

H. MAIGRE

Examineur

A mes Parents

*"Je sais que mon pays, entre plusieurs préoccupations,
a choisi de privilégier deux d'entre elles.*

*D'abord la paix dans la liberté, dans la dignité,
dans la tolérance, dans l'amour.*

*La deuxième préoccupation, c'est l'éducation des enfants,
la formation de la jeunesse, notre espoir,
notre certitude du meilleur devenir de notre pays."*

Félix HOUPHOUËT-BOIGNY.

Je voudrais avant tout remercier Le Directeur Bernard HALPHEN d'avoir bien voulu m'accueillir au sein de ses opérations de recherche du Laboratoire de Mécanique des Solides à l'Ecole Polytechnique, me permettant ainsi d'évoluer dans un cadre scientifique exceptionnel.

Monsieur Claude STOLZ, Directeur de Recherche, m'a fait l'honneur de s'intéresser à ce travail et d'en présider le jury. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde reconnaissance.

Mes remerciements vont aussi aux Professeurs Christophe FOND et Han ZHAO qui ont bien voulu accepter la lourde tâche d'être rapporteurs de cette thèse de doctorat de l'Ecole Polytechnique.

Monsieur Dominique GUEUGNAUT, Expert-Chef de Mission à GdF, a toujours manifesté un vif intérêt pour ce travail. Qu'il soit assuré de ma sincère reconnaissance.

Monsieur Huy Duong BUI et le Professeur Philippe DESTUYNDER m'ont constamment soutenu et encouragé. Je leur adresse mes sincères remerciements.

Mais, l'essentiel de ce que j'ai appris et de ce j'ai fait, je le dois à Monsieur Hubert MAIGRE, qui m'a dirigé et conseillé dans mon travail. Sa culture, son imagination et sa grande intelligence n'ont d'égales que sa gentillesse et sa modestie. C'est lui qui a conforté mon goût pour les solutions analytiques. Il m'a, tout au long de ces années, étonné par le foisonnement d'idées audacieuses que ses amis lui connaissent, et séduit par l'habileté avec laquelle il va au bout de ses idées. Grâce à lui, j'ai beaucoup appris, beaucoup compris et je me suis enthousiasmé pour ce que je faisais.

Je voudrais qu'il trouve ici l'expression respectueuse de mon immense gratitude et de ma très profonde admiration pour ses Qualités Scientifiques et Humaines exceptionnelles.

Je tiens à remercier Messieurs Gérard GARY, Quoc Son NGUYEN et Habibou MAITOURNAM ainsi que tous mes collègues du LMS qui m'ont aidé en répondant à mes questions ou en m'apportant leurs encouragements.

Que ma famille et tous mes amis trouvent ici l'expression de mes sincères remerciements pour leur soutien permanent.

Enfin je voudrais remercier tous les organismes qui ont contribué au financement de ce travail, à savoir l'Ecole Polytechnique, Gaz de France, ainsi que FX-Conseil.

Table des matières

Introduction	10
1 Introduction à la mécanique de la rupture dynamique	13
1.1 Elastostatique	15
1.2 Elastodynamique	19
1.2.1 Analyse asymptotique	19
1.2.2 Energie de rupture : G	23
1.3 Critères de rupture et de propagation	24
1.3.1 Critères d'amorçage	25
1.3.2 Critères de propagation	26
2 Couplage thermomécanique en rupture dynamique	28
2.1 Propagation dynamique de fissure	28
2.1.1 Travaux antérieurs	28
2.1.2 Description thermodynamique de la propagation de fissure	32
2.1.3 Analyse thermique	37
2.1.4 Thermoélasticité dynamique	39
2.1.5 Thermoplasticité dynamique	43
2.2 Chargement dynamique fissure fixe	48
2.2.1 Chargement dynamique	48
2.2.2 Détermination du champ de température en fond de fissure	50
3 Essais de rupture dynamique	54

3.1	Préliminaire	54
3.1.1	Essai Charpy	55
3.1.2	Essai aux barres de Hopkinson	55
3.1.3	Présentation du matériau de l'étude	58
3.2	Essais de comportement uniaxial	63
3.2.1	Mécanique	63
3.2.2	Thermomécanique	66
3.3	Essais de flexion 3 points	74
3.3.1	Sans instrumentation thermique	74
3.3.2	Avec instrumentation thermique	77
4	Analyse par éléments finis en rupture dynamique	82
4.1	Paramètres des simulations	82
4.1.1	Géométrie	82
4.1.2	Conditions aux limites	83
4.1.3	Comportement introduit	84
4.2	Simulations quasi-statiques des essais de mécanique	84
4.2.1	Introduction	84
4.2.2	Démarches-Résultats	85
4.2.3	Conclusions	88
4.3	Simulations dynamiques des essais de mécanique	89
4.3.1	Schéma numérique	89
4.3.2	Résultats	91
4.3.3	Conclusions	93
4.4	Simulations dynamiques des essais de thermomécanique	94
4.4.1	Introduction	94
4.4.2	Problème thermomécanique	94
4.4.3	Résultats-Conclusions	96

5	Modélisation unidimensionnelle	101
5.1	Equation mécanique	101
5.1.1	Comportement structural	102
5.1.2	Paramètres de rupture	103
5.2	Aspect couplage thermomécanique	105
5.2.1	Champ de température en pointe de fissure	105
5.2.2	Processus de rupture	106
5.3	Conclusions	110
	Conclusions	111
	Bibliographie	114

Introduction

Le couplage thermomécanique dans la défaillance des matériaux a attiré une grande quantité d'intérêt expérimental et théorique ces dernières années. La plupart de ces études traitent de la variation du taux de déformation plastique, comme dans les bandes de cisaillement, la pénétration balistique, l'usinage à grande vitesse et la rupture dynamique, où les taux de chargements extrêmes peuvent être à la base de l'adoucissement thermique du matériau à cause des températures assez élevées. Dans de tels problèmes, la prise en compte du couplage thermomécanique est essentielle pour comprendre les mécanismes de défaillance.

Cependant, en dépit de l'effort intense de recherches à la compréhension de la mécanique de la rupture dynamique, peu d'études combinent systématiquement des expériences et des modèles théoriques pour valider les techniques expérimentales de mesure ou la théorie qui forme la base pour de telles investigations. C'est particulièrement vrai dans l'étude de la propagation de fissure à grande vitesse, où en installant une expérience de propagation de fissure mesurant l'élévation du champ de température fortement localisé et passager peut être techniquement un challenge. La modélisation réussie de l'environnement de chargement complexe et du comportement du matériau dans ces expériences est un problème ouvert.

Dans cette étude, un problème de propagation de fissure dans un matériau isotrope, élastoplastique, est choisi pour analyse. Un système de thermocouple est utilisé pour mesurer le champ de température associé. Les conditions sont dynamiques et les températures en pointe de fissure ne doivent pas être assez élevé pour affecter les mécanismes du problème. Ceci simplifie la modélisation et le code CAST3M s'avère être adéquate pour l'analyse par éléments finis des

expériences. En obtenant une bonne corrélation entre la méthode expérimentale et l'analyse par éléments finis, nous démontrons simultanément la capacité à utiliser des thermocouples pour mesurer le champ de température à la pointe de fissure et la formulation des lois de comportement.

En outre, cette étude explore le raccordement entre le champ de température développé à proximité de la pointe de fissure et l'énergie consommée dans la progression de la fissure. Dans les polymères, une grande quantité du travail plastique est consommée dans la zone du processus de propagation de fissure. Ce processus est irréversible, et est donc accompagné de dissipation qui se manifeste comme un champ de température.

Puisque les champs mécaniques liés à la propagation de fissure sont fortement localisés en pointe de fissure, un champ de température développé assez fort peut être mesuré pour une fissure mobile rapide. La dissipation plastique est la source de ce champ de température. Par conséquent, une mesure du champ de température porte des indices de la distribution de la déformation plastique. En outre, une fois les paramètres qui commandent la conversion du travail plastique en chaleur ont été hybridement (calcul-expérience) caractérisés pour un matériau, des mesures thermiques de la propagation de fissure peuvent être utilisées pour calculer les intégrales de contour de la pointe de fissure qui mesurent la dissipation d'énergie.

Ainsi, dans cette étude, afin de comprendre la nature de ce couplage, une analyse détaillée a été effectuée d'une part, après une introduction à la mécanique de la rupture dynamique, et d'autre part, on expérimente par flexion 3 points, un échantillon instrumenté thermique, en polyéthylène. Des analyses entièrement couplées de température - déplacement sont effectuées pour modéliser ces expériences. Les simulations sont alors analysées pour obtenir l'information qualitative des dommages causés au matériau, essentiellement un polymère dont les applications sont de plus en plus nombreuses mais dont les propriétés sont très mal connues surtout sous chargement dynamique.

Afin de suivre l'évolution du champ de température, une modélisation unidimensionnelle est formulée pour faciliter la compréhension et l'étude de l'influence des conditions de propagation.

Chapitre 1

Introduction à la mécanique de la rupture dynamique

La rupture dynamique est l'étude soit de structure fissurée sollicitée par un chargement dynamique transitoire : on parle de ténacité dynamique, soit de propagation dynamique sous sollicitation quasi-statique ou dynamique. Par abus de langage, les termes de fissure dynamique et d'essais dynamiques sont souvent utilisés pour respectivement une propagation dynamique de fissure et des essais à grande vitesse. Lors d'une fissuration dynamique, la fissure se propage à des vitesses proches de celles des ondes élastiques indépendamment de la nature du chargement. Une sollicitation dynamique se différencie du cas quasi-statique par une vitesse de chargement plus grande. Il s'en traduit en général des effets transitoires observables comme un délai entre l'application de la charge et la réponse mais aussi des effets d'inertie ou une vitesse de déformation rapide. La structure est sollicitée suffisamment rapidement pour qu'on ne puisse pas négliger les phénomènes de propagation d'onde.

Aussi, pour un chargement progressif en quasi-statique, certains matériaux comme les polymères développent une région plastique autour de l'imperfection que crée la pointe de fissure. Ceci peut s'expliquer par le fait que le matériau a, suffisamment de temps (la période de temps considérée est bien supérieure à celle d'un aller-retour des ondes élastiques dans le système) d'une part, et d'autre par un temps de relaxation dans les micromécanismes, pour développer

cette région. Sous chargement dynamique, s'il est suffisamment rapide, il ne permet pas la formation d'une telle région. C'est-à-dire qu'un matériau ductile en quasi-statique peut avoir un comportement fragile en dynamique (FIG.1.1). Il y a donc bien sûr la notion de temps mais aussi la notion de comportement pour certains matériaux.

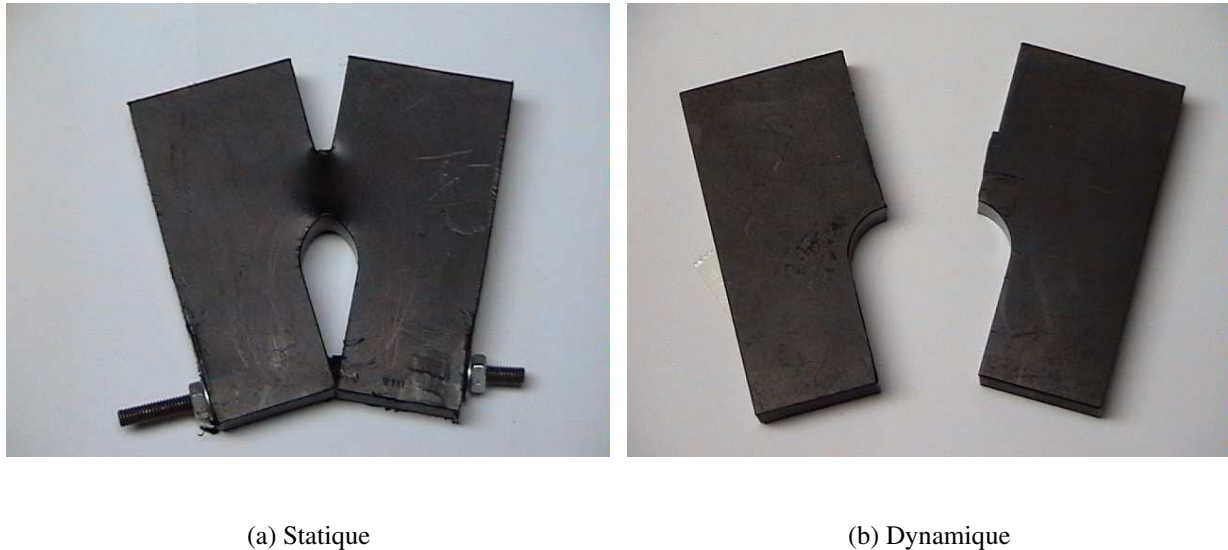


FIG. 1.1 – Comportement du PE

Dans ce premier chapitre nous introduisons la mécanique de la rupture dynamique après des rappels et indications des notations couramment utilisées, largement inspirées des ouvrages de Bui [8] et de Freund [30].

Une fissure est définie comme la surface Σ séparant localement un solide en deux parties. Le champ des déplacements est alors discontinu à travers cette surface et les trois composantes vectorielles de cette discontinuité forment les trois modes de rupture (FIG.1.2) : le mode I pour une ouverture et le mode II pour un glissement plan (dans un cas tridimensionnel, le mode III pour un glissement anti-plan). Le cas réel est une superposition de ces modes, on parle alors de mode mixte.

L'objet de mécanique de la rupture est l'étude des évolutions de cette surface (propagation de la fissure) en fonction des chargements appliqués et des caractéristiques du matériau constituant

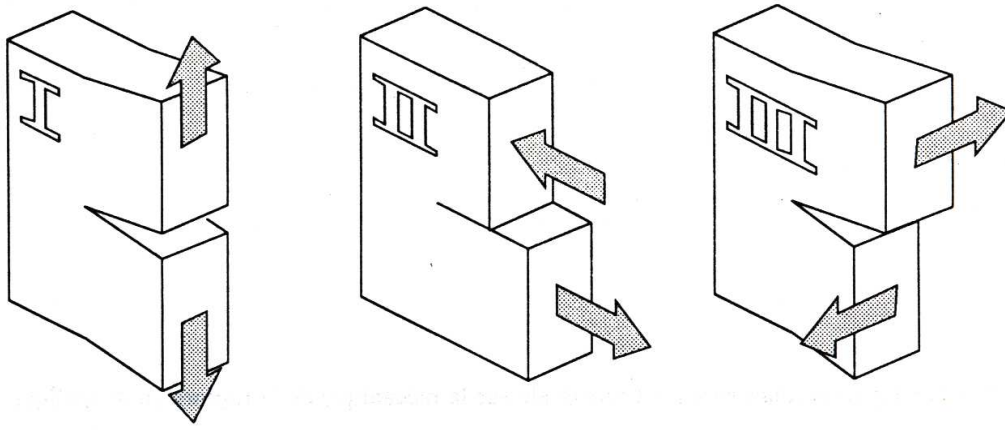


FIG. 1.2 – Modes de rupture

le solide au moyen des trois grandeurs suivantes :

- K_c : le facteur d'intensité de contrainte critique,
- G_c : le taux de restitution d'énergie,
- γ : le taux de dissipation par unité d'accroissement de la fissure.

A condition que les hypothèses de la mécanique de la rupture soient respectées, ces grandeurs sont intrinsèques au matériau, au même titre, par exemple, que son module d'élasticité.

1.1 Elastostatique

La première grandeur caractéristique rencontrée est le taux de restitution d'énergie G introduit par Griffith [33] en 1921 qui correspond à une variation de l'énergie potentielle par rapport à un accroissement dS de la fissure. Pour le faire apparaître, il faut écrire le bilan d'énergie pour le solide fissuré après un accroissement dS :

$$d\Psi_{ext} = d\Psi_{elas} + d\Psi_{cin} + d\Psi_{rup} \quad (1.1)$$

où nous posons :

- $d\Psi_{ext}$: variation de l'énergie extérieure apportée au solide,
- $d\Psi_{elas}$: variation de l'énergie interne élastique,
- $d\Psi_{cin}$: variation d'énergie cinétique,

– $d\Psi_{rup}$: variation d'énergie dissipée dans la rupture.

Pour Griffith la variation de l'énergie de rupture est proportionnelle à l'augmentation de l'aire de la fissure et s'écrit sous la forme :

$$d\Psi_{rup} = 2 \gamma dS \quad (1.2)$$

En partant d'un état d'équilibre ($\Psi_{cin} = 0$), le taux de restitution d'énergie G est défini comme

$$G = - \frac{\partial}{\partial S} [\Psi_{elas} - \Psi_{ext}] \quad (1.3)$$

et le bilan d'énergie se réécrit

$$(G - 2 \gamma) dS = d\Psi_{cin} \quad (1.4)$$

G apparaît ainsi comme une grandeur caractéristique de la stabilité de la propagation d'une fissure.

En effet, si $G < 2 \gamma$ la fissure ne peut pas s'étendre ($dS = 0$) ; si $G = 2 \gamma$, l'initiation de la propagation à partir de la configuration de fissure S est possible. Dès que $G > 2 \gamma$, une partie de l'énergie disponible sert précisément à rompre les liaisons, c'est l'énergie de séparation. L'excès d'énergie $(G - 2 \gamma) dS$ est transformée en énergie cinétique ($d\Psi_{cin} > 0$), qui à son tour, s'il n'y a pas d'autre apport d'énergie extérieure, se dissipe dans la séparation de surface nouvelle, la fissure est alors instable. Si au contraire, les sollicitations extérieures sont elles que à tout moment on a $G = 2 \gamma$ alors il n'y a pas d'accroissement d'énergie cinétique ($d\Psi_{cin} = 0$). On dit que la rupture est contrôlée. Dans ce cas, c'est une croissance stable de la fissure.

La recherche de solutions élémentaires de problèmes de fissures conduit à la définition d'autres grandeurs caractéristiques, les facteurs d'intensité des contraintes K . Définis par Irwin [36], ils interviennent dans l'expression des solutions comme des mesures des singularités des champs mécaniques en pointe de fissure.

On considère le cas plan, l'axe OX_1 dans le prolongement de la fissure et OX_2 perpendiculairement à la fissure et prenons les coordonnées polaires r et θ (FIG. 1.3)

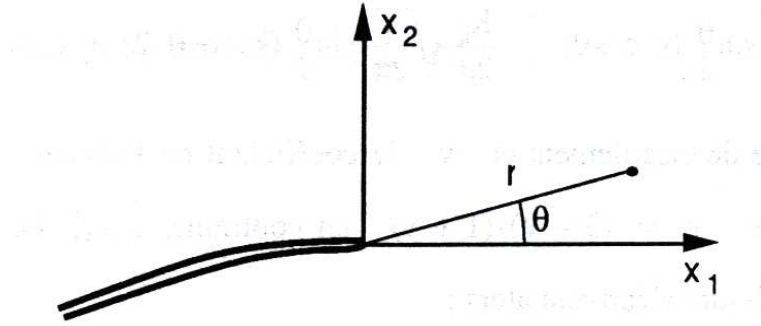


FIG. 1.3 – Systèmes d'axes par rapport à la fissure

L'expression du champ des déplacements u s'écrit asymptotiquement sous la forme :

$$\begin{cases} u_1 = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} (k - \cos \theta) + \frac{K_{II}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} (k + 2 + \cos \theta) + O(r \sqrt{r}) \\ u_2 = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} (k - \cos \theta) - \frac{K_{II}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} (k - 2 + \cos \theta) + O(r \sqrt{r}) \end{cases} \quad (1.5)$$

avec μ le module de cisaillement et ν le coefficient de Poisson ; $k = 3 - 4\nu$ en déformation plane et $k = \frac{3-\nu}{1+\nu}$ dans l'hypothèse des contraintes planes.

Parallèlement le champ des contraintes σ s'écrit indifféremment en déformation plane ou contrainte plane :

$$\begin{cases} \sigma_{11} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} (1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}) - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} (2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}) + \Sigma + O(\sqrt{r}) \\ \sigma_{22} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} (1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + O(\sqrt{r}) \\ \sigma_{12} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} (1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}) + O(\sqrt{r}) \end{cases} \quad (1.6)$$

En retenant les termes les plus singuliers, les contraintes sont infinies en $r^{-\frac{1}{2}}$ en fond de fissure et ce sont les facteurs d'intensité des contraintes K_I pour le mode I et K_{II} pour le mode II qui reflètent la singularité en fond de fissure. Σ est une contrainte constante provenant de la composante uniforme parallèle à la fissure du champ des contraintes.

De ces expressions, on retient principalement les valeurs sur la ligne de fissure, où il est intéressant de voir, d'une part, que K_I et K_{II} peuvent être définis par :

$$\begin{cases} K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2 \pi r} \sigma_{22}(\theta = 0) \\ K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2 \pi r} \sigma_{12}(\theta = 0) \end{cases} \quad (1.7)$$

et d'autre part, les discontinuités de déplacement qui s'écrivent alors :

$$\begin{cases} [(u_1(\theta = \pi))] = \frac{K_{II}}{\mu} (k + 1) \sqrt{\frac{r}{2 \pi}} + O(r \sqrt{r}) \\ [(u_2(\theta = \pi))] = \frac{K_I}{\mu} (k + 1) \sqrt{\frac{r}{2 \pi}} + O(r \sqrt{r}) \end{cases} \quad (1.8)$$

Ces expressions peuvent aussi servir de définition pour K_I et K_{II} . Les formules (1.7) et (1.8) donnent respectivement la définition statique et la définition cinématique.

Le taux de restitution d'énergie G s'exprime à l'aide de K_I et de K_{II} par la relation donnée par Irwin [36] :

$$G = \frac{k + 1}{8 \mu} (K_I^2 + K_{II}^2) \quad (1.9)$$

Il y a donc équivalence entre taux de restitution d'énergie et singularités des contraintes en fond de fissure. Il est à noter toutefois que la description par singularité est plus riche dans la mesure où l'on distingue les modes de rupture et que l'on peut ainsi définir des critères de rupture selon ces modes. A l'opposé G est, plus proche de la réalité physique, valable dans d'autres modélisations (délaminage par exemple) et ne fait pas intervenir de singularités. Néanmoins dans la pratique la plupart des fissures sont sollicitées en mode I, par conséquent les critères en G ou en K_I sont équivalents.

Par ailleurs, on a trouvé des intégrales invariantes (dérivation de l'énergie par rapport à l'espace) comme l'intégrale ($J = G$) de Rice [55], qui, a l'avantage d'être un outil de calcul, fournit aussi un moyen d'accès aux facteurs d'intensité des contraintes.

1.2 Elastodynamique

La recherche de solutions élémentaires est plus délicate en dynamique, c'est-à-dire, avec des chargements dynamiques ou en propagation rapide de la fissure, mais les développements asymptotiques des champs sont maintenant bien connus. Ils ont été donnés par Freund [30] puis Achenbach et al. [1].

1.2.1 Analyse asymptotique

On considère toujours le problème plan et différents systèmes de coordonnées définis par :

$$\begin{cases} r e^{i\theta} = X_1 + i X_2 \\ r_1 e^{i\varphi_1} = X_1 + i \beta_1 X_2 \\ r_2 e^{i\varphi_2} = X_1 + i \beta_2 X_2 \end{cases}$$

avec

$$\begin{cases} \beta_1 = \left[1 - \left(\frac{\dot{a}}{C_P} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ \beta_2 = \left[1 - \left(\frac{\dot{a}}{C_S} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{cases}$$

où \dot{a} est la vitesse de progression de l'extrémité de la fissure, $C_P = \sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}}$ et $C_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ étant respectivement les célérités des ondes longitudinales et de cisaillement. ρ est la masse volumique, λ et μ sont les coefficients de Lamé.

Une analyse asymptotique [8] des champs de déplacement u et de contrainte σ est utilisée afin d'évaluer une estimation de la solution, en déformation plane. Dans le repère polaire (r, θ) d'origine la pointe de fissure, le développement au voisinage de la pointe de fissure permet d'avoir l'approximation au premier ordre de ces champs :

$$\begin{cases} u = u^{(1)} + O(r \sqrt{r}) \\ \sigma = \sigma^{(1)} + O(\sqrt{r}) \end{cases} \quad (1.10)$$

Lors de la résolution des équations de mouvement au premier ordre, la discontinuité du champ de déplacement au niveau de la pointe de la fissure fait apparaître, en se référant à la définition cinématique en statique (1.8) des facteurs d'intensité, un facteur d'intensité cinématique

en dynamique, K^u , défini par :

$$\begin{cases} K_I^u = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\mu}{1-\nu} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} [u_2(\theta = \pi)] \\ K_{II}^u = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\mu}{1-\nu} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} [u_1(\theta = \pi)] \end{cases} \quad (1.11)$$

et le calcul du champ asymptotique des déplacements s'écrit alors en mode I et en déformation plane :

$$\begin{cases} u_1^{(1)} \equiv K_I^u \frac{2(1-\nu)}{\mu} \frac{1+\beta_2^2}{1-\beta_2^2} \frac{1}{\beta_1} \left[\sqrt{\frac{r_1}{2\pi}} \cos \frac{\varphi_1}{2} - \frac{2\beta_1\beta_2}{1+\beta_2^2} \sqrt{\frac{r_2}{2\pi}} \cos \frac{\varphi_2}{2} \right] \\ u_2^{(1)} \equiv -K_I^u \frac{2(1-\nu)}{\mu} \frac{1+\beta_2^2}{1-\beta_2^2} \frac{1}{\beta_1} \left[\sqrt{\frac{r_1}{2\pi}} \sin \frac{\varphi_1}{2} - \frac{2}{1+\beta_2^2} \sqrt{\frac{r_2}{2\pi}} \sin \frac{\varphi_2}{2} \right] \end{cases} \quad (1.12)$$

De même, la singularité du champ de contrainte au niveau de la pointe de fissure introduit, en s'inspirant des expressions (1.7) obtenues en statique, un facteur d'intensité dynamique des contraintes, K^σ , défini par :

$$\begin{cases} K_I^\sigma = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_{22}(\theta = 0) \\ K_{II}^\sigma = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_{12}(\theta = 0) \end{cases} \quad (1.13)$$

Le développement asymptotique du champ des contraintes s'écrit alors en mode I et en déformation plane :

$$\begin{cases} \sigma_{11}^{(1)} \equiv K_I^\sigma \left[\frac{(1+\beta_2^2)(1+2\beta_1^2-\beta_2^2)}{D} \frac{\cos \frac{\varphi_1}{2}}{\sqrt{2\pi r_1}} - \frac{4\beta_1^2\beta_2^2}{D} \frac{\cos \frac{\varphi_2}{2}}{\sqrt{2\pi r_2}} \right] \\ \sigma_{22}^{(1)} \equiv K_I^\sigma \left[-\frac{(1+\beta_2^2)}{D} \frac{\cos \frac{\varphi_1}{2}}{\sqrt{2\pi r_1}} + \frac{4\beta_1^2\beta_2^2}{D} \frac{\cos \frac{\varphi_2}{2}}{\sqrt{2\pi r_2}} \right] \\ \sigma_{12}^{(1)} \equiv K_I^\sigma \frac{2\beta_1(1+\beta_2^2)}{D} \left[\frac{\sin \frac{\varphi_1}{2}}{\sqrt{2\pi r_1}} - \frac{\sin \frac{\varphi_2}{2}}{\sqrt{2\pi r_2}} \right] \end{cases} \quad (1.14)$$

avec $D = 4\beta_1\beta_2 - (1 + \beta_2^2)^2$

Comme en statique, les deux familles de facteurs d'intensité ne sont pas totalement indépendantes les unes des autres. Elles sont reliées entre elles par deux fonctions dites universelles

qui ne dépendent que de la vitesse de propagation :

$$\begin{cases} K_I^u = f_I(\dot{a}) K_I^\sigma \\ K_{II}^u = f_{II}(\dot{a}) K_{II}^\sigma \end{cases} \quad (1.15)$$

avec

$$\begin{cases} f_I(\dot{a}) = \frac{\beta_1 (1-\beta_2^2)}{(1-\nu) D} \\ f_{II}(\dot{a}) = \frac{\beta_2 (1-\beta_2^2)}{(1-\nu) D} \end{cases} \quad (1.16)$$

On remarque qu'il existe une vitesse de propagation limite, identique pour les deux modes, C_r qui n'est autre que la célérité des ondes de surface (ondes de Rayleigh).

En effet, les deux familles de facteurs coïncident ($K^u = K^\sigma$) lorsque la fissure est stationnaire. Ce qui signifie que pour une fissure fixe il n'y a qu'un type de facteur d'intensité, que le chargement soit statique ou dynamique. A l'opposé, $\frac{K^\sigma}{K^u} = 0$ si $\dot{a} = C_r$, (FIG. 1.4).

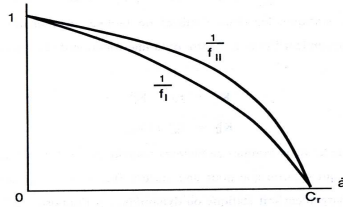


FIG. 1.4 – Evolution des fonctions universelles en fonction de \dot{a}

Un autre effet important de la propagation rapide de fissure est la nouvelle répartition angulaire des contraintes en avant de la pointe de fissure (FIG. 1.5). Typiquement, la fissure se propage parce que des contraintes de tractions circonférentielles $\sigma_{\theta\theta}$ élevées agissent en avant de la fissure. Du fait de la singularité des contraintes on s'intéresse plus particulièrement au facteur d'intensité associé à ces contraintes $K_{\theta\theta}$ (FIG.1.5).

On représente alors ce facteur en fonction de la direction polaire pour différente vitesse de propagation ; cas du mode I seul (FIG. 1.6).

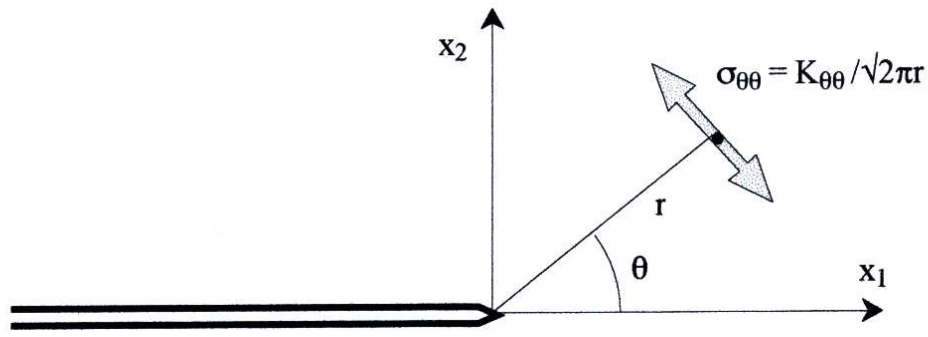


FIG. 1.5 – Répartition angulaire des contraintes en avant de la pointe de fissure

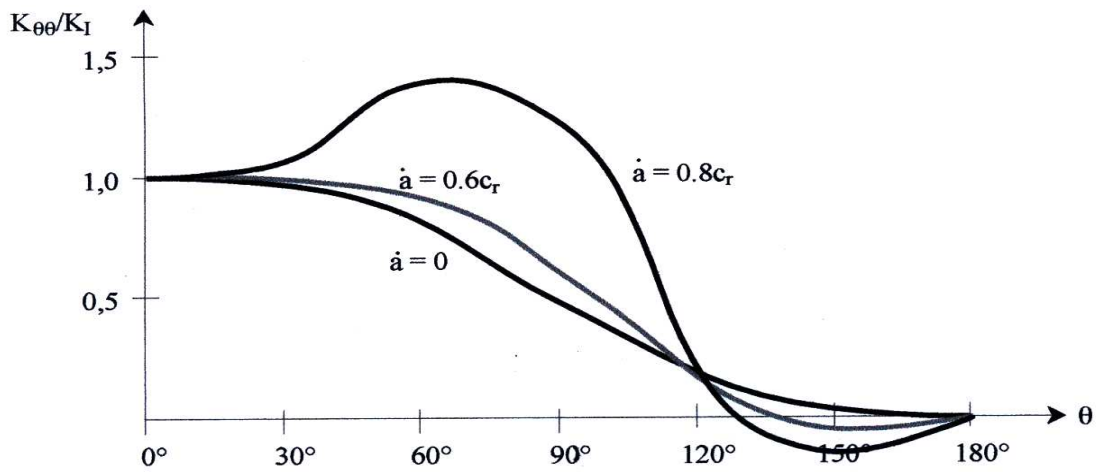


FIG. 1.6 – Evolution de $K_{\theta\theta}$ pour différente valeur de \dot{a}

On remarque que pour les faibles vitesses de propagation (à la limite nulle) le maximum est bien marqué en $\theta = 0$. La fissure se propage de façon parfaitement stable en gardant sa direction de propagation. Pour des vitesses de l'ordre de $0,6 C_r$ le maximum est toujours situé dans la direction $\theta = 0$ mais il existe un large éventail dans lequel ce maximum est atteint. La fissure se propage alors en louvoyant selon les imperfections qu'elle doit traverser dans le matériau. Pour les plus grandes célérité de l'ordre de $0,8 C_r$ il n'y a plus de maximum en $\theta = 0$ mais dans une direction proche de 60° . La fissure se propage en changeant brusquement de direction. Une fois ces changements de direction effectués, la fissure n'est plus en mode I et les contraintes sont totalement redistribuées en pointe de fissure et très probablement la vitesse de propagation

chute et la fissure peut reprendre un cheminement régulier (FIG. 1.7).

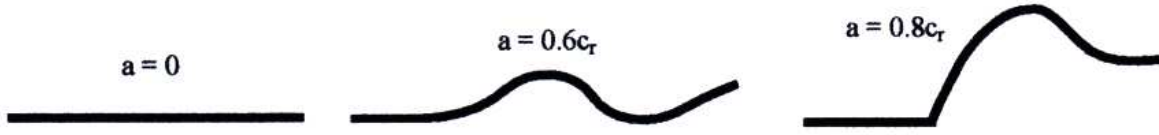


FIG. 1.7 – Direction de propagation en fonction de \dot{a}

1.2.2 Energie de rupture : G

G ou J , le taux de restitution d'énergie spécifique, représente l'énergie nécessaire par unité d'avancement de la fissure. Il est par définition le flux d'énergie dissipée à travers un contour entourant infiniment près la pointe de fissure et suivant la fissure dans son mouvement (Γ_ϵ).

L'intérêt de ces grandeurs caractéristiques sous forme d'intégrales est de pouvoir être défini de façon indépendante de leur contour. Ainsi le calcul de la grandeur sur une frontière confinée autour de la pointe de fissure se fait grâce au calcul sur la frontière extérieure du solide [45]. Cette stratégie est avantageuse car la mesure directe d'une singularité est impossible. En général, on ne colle pas de jauge à la pointe de fissure mais proche de celle-ci et on étudie l'influence de la fissure sur cette jauge.

La première intégrale rencontrée, en dynamique, pour évaluer des grandeurs caractéristiques est celle donnée par Cherepanov [13] :

$$G = \lim_{\Gamma_\epsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\epsilon} \left[\left(\Psi_{elas} + \frac{1}{2} \rho \dot{u}^2 \right) n_1 - u_{,1} \cdot \sigma \cdot n \right] d\Gamma_\epsilon \quad (1.17)$$

qui est identique au taux de restitution définie par Griffith [33] en mode I, mais est non invariante donc à prendre près de la fissure d'où son intérêt limité. Une expression équivalente est alors [50] :

$$G = \int_{\Gamma} (\Psi_{elas} \cdot n_1 - u_{,1} \cdot \sigma \cdot n) d\Gamma + \int_{\Gamma_\epsilon} \frac{1}{2} \rho \dot{u}^2 d\Gamma_\epsilon + \int_{\Omega_\epsilon} \rho \ddot{u} \cdot u_{,1} d\Omega_\epsilon \quad (1.18)$$

Dans (1.18) Γ est un contour quelconque entourant la fissure et Ω_ϵ la couronne comprise entre Γ et Γ_ϵ . Ici intervient une intégrale dans le volume du solide dont l'intégrande $\ddot{u} \cdot u_{,1}$ est non intégrable en pointe de fissure et il faut alors utiliser la notion de partie finie. En partant des lois de conservation, Bui [8] donne une autre estimation de G :

$$G = \int_{\Gamma} (\Psi_{elas} n_1 - \frac{1}{2} \rho \dot{u}^2 n_{,1} - \rho \dot{u} \cdot u_{,1} \dot{a} n_1) d\Gamma + \frac{d}{dt} \int_{\Omega_\epsilon} \rho \ddot{u} \cdot u_{,1} d\Omega_\epsilon \quad (1.19)$$

Γ est alors un contour quelconque se déplaçant en suivant la pointe de fissure. Dans ce cas l'intégration sur le volume Ω_ϵ est convergente et la dérivation porte sur cette intégrale qui accompagne la fissure dans son mouvement.

De même qu'en quasi-statique taux de restitution d'énergie et facteurs d'intensité des contraintes sont liés par la formule d'Irwin (1.9), il existe une relation semblable en dynamique :

$$G = \frac{1 - \nu^2}{E} [(K_I^\sigma)^2 f_I(\dot{a}) + (K_{II}^\sigma)^2 f_{II}(\dot{a})] \quad (1.20)$$

Avec les facteurs d'intensité cinématique le taux de restitution d'énergie s'écrit d'une manière plus symétrique et plus synthétique :

$$G = \frac{1 - \nu^2}{E} (K_I^\sigma K_I^u + K_{II}^\sigma K_{II}^u) \quad (1.21)$$

On retrouve la même expression qu'en quasi-statique à condition de dédoubler les facteurs d'intensité cinématique et facteur d'intensité dynamique des contraintes. Il apparaît aussi que la dissipation s'exprime comme le produit d'une "force" par son "déplacement" dual.

1.3 Critères de rupture et de propagation

La définition des grandeurs facteurs d'intensité des contraintes K et taux de restitution d'énergie G suppose que ces grandeurs : propriété de structure (dynamique), gouvernent les mécanismes de rupture, à partir de critères sur les grandeurs caractéristiques (G_C, K_C) : propriété strictement de matériau (pas de notion de dynamique). Ces critères sont donc indispensables

pour connaître les conditions d'évolution de la fissure et pour le dimensionnement en calcul des structures. Il existe différents types de critères sur les fissures. On distingue, entre autres, les critères :

- d'amorçage,
- de propagation,
- d'arrêt,
- de bifurcation,
- de branchement.

1.3.1 Critères d'amorçage

Pour l'armorçage, c'est-à-dire juste avant qu'une fissure, déjà existante, ne se propage, on choisi, en quasi-statique (FIG. 1.8), communément un critère du type $G \leq G_C$ où G_C est un taux de restitution critique pour le matériau. Ceci est équivalent en mode I à un critère du type $K \leq K_C$.

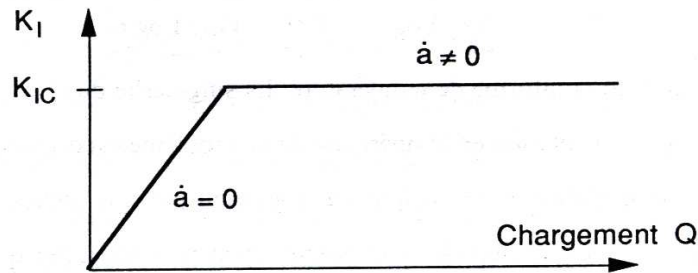


FIG. 1.8 – Amorçage et propagation quasi-statique

En dynamique, puisque la fissure est fixe, une seule grandeur intervient K ou G de façon équivalente et les critères de rupture se définissent à partir de ce dernier et s'écrivent sous la forme :

$$\begin{cases} \forall t < t_c & K(t) < K_{dC} \Rightarrow \text{pas de rupture} \\ & K(t) = K_{dC} \Rightarrow \text{amorçage de la propagation} \end{cases} \quad (1.22)$$

K_{dC} est la valeur critique d'amorçage dynamique qui dépend aussi de la façon dont le charge-

ment arrive en fond de fissure et notamment sa vitesse de variation :

$$K_{dC}(\dot{K}, \dots)$$

1.3.2 Critères de propagation

Pour décrire la propagation dynamique, on dispose maintenant de trois quantités, G , K^u et K^σ . Le premier en taux de restitution d'énergie est le plus souvent considéré car il s'applique aussi à d'autres modèles de rupture qui n'ont pas forcément de facteur d'intensité des contraintes, $G = G_C$.

Sinon on estime que la rupture survient et se propage parce que les contraintes en avant de la pointe de fissure ont une certaine intensité. Cela signifie que le critères portent sur le facteur d'intensité des contraintes à travers $K_I^\sigma = K_{IC}^\sigma$ (FIG. 1.9) ou plus généralement, on les s'écrit sous la forme :

$$\mathcal{F}(K_I^\sigma, K_I^u) = 0 \quad (1.23)$$

\mathcal{F} étant une fonction caractéristique du matériau.

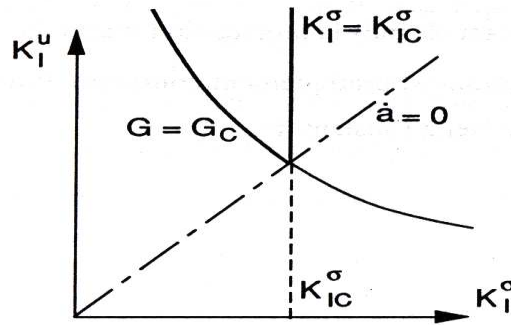


FIG. 1.9 – Critères possibles en propagation dynamique

Comme $\frac{K_I^u}{K_I^\sigma} > 1$, la représentation graphique admissible d'un critère dans ce plan se situe au dessus de la bissectrice $\dot{a} = 0$. Les droites de l'origine sont les lieux de vitesse de propagation constante et la vitesse croît avec la pente de la droite. Le critère de Griffith (1.21) en mode I est

l'hyperbole $K^u K^\sigma = Cte$ et le critère classique $K^\sigma = K_C^\sigma$ est la demi-droite verticale. Le cas réel est en fait beaucoup plus compliqué.

En effet, à partir des quelques expériences déjà réalisées le critère de propagation semble dépendre de la vitesse de propagation et de la façon dont le chargement a été appliquée (effet d'une précharge statique par exemple) et plus généralement de toute l'histoire sur le trajet de propagation qui n'est pas simple, comme l'indique l'interprétation des expériences sur le verre [41] suivant le diagramme (FIG.1.10).

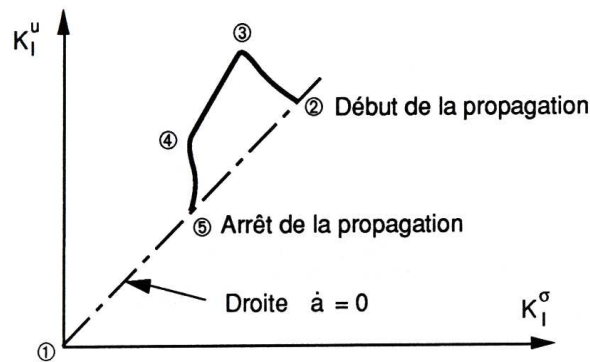


FIG. 1.10 – Propagation dans du verre [41]

De l'instant ① à l'instant ②, la fissure est fixe et le chargement croît. L'amorçage de la propagation se produit à l'instant ②, puis la propagation s'accélère jusqu'à l'instant ③. Entre ③ et ④ la vitesse de propagation est pratiquement constante. Enfin, la propagation ralentit à partir de l'instant ④ pour s'arrêter à l'instant ⑤.

Les problèmes évoqués précédemment supposaient un découplage total entre les champs mécaniques et thermiques. Le champ de température éventuel était alors considéré comme un chargement donné au même titre que les efforts extérieurs (soit thermostatique, soit strictement adiabatique). Cette hypothèse n'est plus valable dans les régimes transitoires. L'objet des chapitres suivants est de regarder plus précisément les couplages thermomécaniques et leurs conséquences sur la rupture dynamique.

Chapitre 2

Couplage thermomécanique en rupture dynamique

2.1 Propagation dynamique de fissure

2.1.1 Travaux antérieurs

La mesure expérimentale de la température en pointe de fissure pose plusieurs problèmes. Le champ de température en pointe d'une fissure en propagation est fortement localisé. Ainsi l'utilisation des dispositifs de mesure de température en pointe exige d'eux d'être soigneusement placés dans le chemin de la fissure. On demande aussi aux dispositifs de mesure d'avoir une résolution spatiale élevée pour capturer les gradients de température près de la pointe de fissure. En outre, pour les propagations rapides de fissure, les sondes de température doivent également avoir des temps de réponse très courts.

Les premières recherches expérimentales sur le couplage thermomécanique dans la propagation de fissure par Döll [20] et Shockey et al. [67] ont utilisé des thermocouples pour les mesures de température. Cependant, les thermocouples ne peuvent pas être situés directement sur le chemin de la fissure, et leur fixation même à une petite distance a comme conséquence un signal très petit dû à la nature localisé du champ de température. En outre, les thermocouples fournissent seulement des mesures en un nombre discret de points et un modèle théorique est

exigé pour extrapoler les résultats au - dessus de la région entière de la pointe de fissure. Kobayashi et al. [40] ont surmonté ce problème en employant un film en cristal liquide. Cependant, thermiquement les films sensibles souffrent du calibrage puisque la température et la durée de l'exposition contribuent à l'obscurcir du film.

La formation d'image infrarouge fournit une solution à la plupart de ces problèmes. Les détecteurs infrarouges, bien que chers comparativement, ont une sensibilité élevée, un temps de réponse rapide, sont sans contact, et fournissent une mesure pleine du champ de température. Fuller et al.[31] ont mesuré l'élévation de température en pointe de fissure mobile rapide ($200 - 650 \text{ m.s}^{-1}$) dans un PMMA en utilisant un détecteur infrarouge. Ils ont également utilisé des thermocouples et des films en cristal liquide thermosensibles pour mesurer toute la chaleur engendrée en fonction de la vitesse de fissure. Zehnder et al. [82, 83] ont utilisé une rangée linéaire de détecteurs infrarouges 8 *InSb* montés dans une vase Dewar d'azote liquide focalisé le long d'une ligne perpendiculaire au chemin de la propagation dynamique d'une fissure dans un acier *AISI* 4340. Puisque la pointe de fissure se déplace à travers la rangée, si des conditions d'état d'équilibre sont considérées, les données de l'histoire de la température des détecteurs peuvent être converties en contours du champ de température. La technique a été encore développée par Kallivayalil et Zehnder [2]. Ils ont utilisé une rangée linéaire de 16 éléments à l'image, le champ de température en avant d'une fissure progressant à 1000 m.s^{-1} dans des spécimens en alliage de titane de haute résistance, β -C. Des températures maximales de 400°C ont été mesurées. Ils ont observé que les contours de température se prolongent parallèlement à fissure, prouvant que le processus était essentiellement adiabatique. La progression lente de fissure a attiré comparativement moins d'attention. Bui et al. [9, 10] ont utilisé une camera infrarouge pour filmer le champ de température dans une plaque mince fissurée à faible vitesse de propagation (2 mm.s^{-1}). Une élévation de température d'environ 10°C a été relevée en pointe de fissure. Ils ont également observé que la température maximale s'est produite non pas en pointe de fissure mais juste en avant. Toyasada et al. [73] ont utilisé un système de formation d'image infrarouge pour tracer les champs de température près de la pointe de fissure dans un spécimen d'acier doux dans des conditions de chargement intermédiaire. L'élévation de tempé-

rature mesurée était d'environ $50^{\circ}C$ en pointe de fissure. Plus récemment, Flores et Dauskardt [25] ont utilisé une camera Amber Galileo IR, pour mesurer les champs de température lié à la propagation de la fissure à approximativement 175 mm.s^{-1} dans des spécimens en verre. L'élévation maximale de température rapportée était de $54^{\circ}C$. Aussi, Bhalla et Al. [6] ont utilisé ce même type de camera pour filmer les champs de température dans un spécimen en acier inoxydable de type *AISI* 302, pour une vitesse de propagation d'environ 25 mm.s^{-1} , une élévation de température de $160^{\circ}C$ a été relevée en pointe de fissure.

Il y a eu plusieurs tentatives de prévision théorique des températures en pointe de fissure. Puisque l'origine de l'échauffement en pointe de fissure est liée à la dissipation plastique, les modèles théoriques des champs de température se fondent sur la capacité à calculer les champs mécaniques liés à la propagation de fissure. Cependant, les solutions analytiques exactes pour le champ de travail plastique dans la zone de processus d'une propagation de fissure ne sont pas disponibles même pour des matériaux élasto - plastique indépendant du taux. Les investigations théoriques ont fait des hypothèses au sujet de la taille et de la forme de la zone du travail plastique et ont supposé une fraction, habituellement de 0,9 à 1,0 de celui-ci a été converti en chaleur. Le champ de température résultant a été trouvé par la superposition d'une distribution continue des sources de chaleur dans la zone plastique. Weichert et Schönert [74, 75] ont calculé le champ de température pour des sources de chaleur uniformément distribuées dans des zones plastiques circulaires et rectangulaires qui se sont déplacées avec la pointe de fissure. Des états d'équilibre stables ont été supposés et l'effet de la vitesse de fissure sur le champ de température a été étudié. En absence d'un modèle plus détaillé de plasticité en pointe de fissure, Rice et Levy [57], Dugdale [18] ont employé le modèle de zone de rendement concentré par ligne pour calculer le taux de travail plastique près de la pointe d'une fissure en progression dans un matériau ductile. Kuang et Atluri [43] ont supposé une singularité en $\frac{1}{r}$ du champ du taux de travail plastique et ont calculé le champ de température résultant en utilisant une Analyse par Eléments Finis (FEA) de maille mobile. Douglas et Mair [16] ont utilisé les champs asymptotiques calculés par Gao et Nemat - Nasser [32] pour la propagation dynamique de fissure en mode III dans un matériau peu sensible à la température, parfaitement élastique pour calculer le

champ du taux de travail plastique et puis pour obtenir la température comme une superposition de point.

Les avancées récentes dans le calcul ont permis de calculer la solution des problèmes qui seraient insurmontables analytiquement, comme, le calcul des champs mécaniques liés à la propagation de fissure dans les matériaux qui ont une loi de comportement général. Bhalla [6] a utilisé une FEA pour calculer le champ du taux de travaux pour une fissure dynamique en mode III dans un matériau élasto - plastique et puis a calculé la distribution de température comme la solution à la superposition des sources de chaleur distribuées.

Li et al. [44, 15] ont numériquement calculé la taille et la forme de la zone plastique pour des vitesses de fissure variables dans un solide élasto - plastique à écrouissage linéaire dans le rendement à échelle réduite. Ils ont alors obtenu une dissipation Eulérienne du champ thermique pour la progression de fissure en régime stationnaire en utilisant une FEA. Krishnakumer et al. [42] ont utilisé une FEA pour calculer le champ du taux de travail plastique pour un état d'équilibre de propagation dynamique de fissure en mode I contrainte plane dans un matériau Perzyna de type visco - plastique et ont exécuté un maillage mobile de FEA pour résoudre le problème résultant du transfert thermique.

Dans la plupart des études théoriques mentionnées ci - dessus, le couplage thermomécanique est basé sur la conversion d'une fraction, β , du travail plastique en chaleur. Ce paramètre est supposé être une constante et il varie habituellement de 0,9 à 1,0. Cette pratique remonte aux expériences réalisées tôt par Taylor et al. [24, 72], qui dans les années 20 ont conçu les premières études expérimentales systématiques visant à mesurer la quantité de chaleur produite pendant la déformation plastique ; basées sur l'examen de longs spécimens en acier doux sous des contraintes de torsion élevées, ils ont relevé 0,9 du travail plastique effectué a été converti en chaleur. Ce paramètre joue clairement un rôle important dans la détermination du champ de température et donc doit être complètement plus caractérisé. Identifiant ceci, plusieurs études théoriques et expérimentales ont été réalisées pour mesurer cette variable pour différents maté-

riaux en fonction d'autres champs variables, telles que la déformation, le taux de déformation et la température. En 1973, Bever et al. [5] ont conduit une étude détaillée des connaissances disponibles au sujet de β . Depuis lors, il y a eu une augmentation considérable de la compréhension des caractéristiques de β . Nabarro [49], Zehnder [79] et Aravas et al. [4] ont proposé des modèles théoriques qui calculent la quantité d'énergie stockée dans un matériau une fois soumis au travail à froid. Ces modèles font des prévisions contradictoires. Tandis que les deux premiers prévoient que β croît sans interruption jusqu'à 1, 0 en fonction de la déformation plastique, le troisième prévoit que β décroît d'abord avec la déformation mais sature à l'unité quand l'écrouissage du matériau s'arrête. Récemment, Rosakis et al. [62] ont présenté une théorie générale de variable interne et ont analysé l'effet de le limiter pour respecter le second principe de la thermodynamique. Ils ont montré que l'énergie stockée du travail à froid est une caractéristique du matériau qui doit être indépendante du taux pour un matériau avec une réponse mécanique (contrainte - déformation) indépendante du taux.

2.1.2 Description thermodynamique de la propagation de fissure

Le processus de rupture est l'un des phénomènes dissipateur d'énergie. Un solide contenant une propagation de fissure représente un système dans le processus et la dissipation est principalement due aux différents mécanismes dissipatifs telle que le frottement interne, la déformation plastique, etc... L'évolution d'un tel système peut être décrite dans le cadre classique de la thermodynamique des milieux continus. Pour n'importe quel système matériel le premier et le second principe de la thermodynamique peuvent être exprimés ainsi :

$$\begin{cases} \dot{E} + \dot{C} = P_{ex} + P_{cr} & \text{(Bilan énergétique)} \\ \dot{S} + \int_{\partial V} \frac{q \cdot n}{T} da \geq 0 & \text{(Production d'entropie)} \end{cases} \quad (2.1)$$

où $E, C, P_{ex}, P_{cr}, S, q$ dénotent respectivement l'énergie interne, l'énergie cinétique, la puissance des efforts extérieurs, la puissance calorifique reçue, l'entropie et le flux de chaleur.

Par souci de clarté, un problème bidimensionnel de propagation linéaire de fissure est considéré (déformation plane, contrainte plane ou cisaillement anti-plan), mais le matériau est quelconque. On considère également que le système est thermiquement isolé. Comme montré sur

FIG.2.1, la force appliquée $F(t)$ et le déplacement $u(t)$ sont donnés sur les parties complémentaires $\partial\Omega_u, \partial\Omega_F$ de la frontière. Sur la surface de fissure Σ , une condition de bord libre est également considérée. En raison de la présence d'une singularité mobile possible des champs thermomécaniques près de la pointe de fissure A , la description thermomécanique n'est pas classique. Les termes additionnelles dues à la singularité peuvent jouer un rôle fondamental.

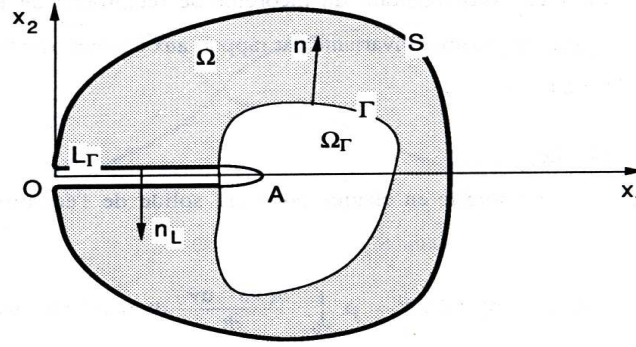


FIG. 2.1 – Fissure linéaire avec référence mobile

La conséquence du bilan énergétique peut être établie de la façon suivante : Si ξ, T, S dénotent respectivement l'énergie interne spécifique, la température et l'entropie spécifique, le bilan énergétique du système entier peut être écrit comme :

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho \left(\xi + \frac{1}{2} \dot{u}^2 \right) d\Omega = \int_{\partial\Omega} n \cdot \sigma \cdot \dot{u} da + P_{cr} \quad (2.2)$$

Bien que l'expression de droite de (2.2) soit claire, l'expression de gauche n'est pas triviale puisque la fonction $\rho \left(\xi + \frac{1}{2} \dot{u}^2 \right)$ n'est pas nécessairement une fonction intégrable en raison de la singularité mobile. Il est nécessaire d'isoler la pointe de fissure avec une courbe fermée Γ dans le mouvement de translation de la fissure qui délimite un domaine V_{Γ} .

Dans la référence mobile AX_1X_2 , on introduit la dérivée temporelle $(\dot{\cdot})$, $\dot{\xi} = \xi_{,t}(X_1, X_2, t)$, qui est liée à la dérivée matérielle $(\dot{\cdot})$ par la relation [64] :

$$\xi' - \dot{a} \cdot \xi_{,1} = \dot{\xi} \quad (2.3)$$

Le principe du transport de singularité consiste en la conservation de la nature de la singularité avec le mouvement de la fissure. Tandis que ξ peut être singulier, ξ' est beaucoup plus régulier et $\dot{\xi} \sim -\dot{a} \xi_{,1}$. Par suite de cette régularité, on obtient :

$$\frac{d}{dt} \int_{V_\Gamma} \rho \left(\xi + \frac{1}{2} \dot{u}^2 \right) d\Omega = \int_{V_\Gamma} \rho (\dot{\xi} + \dot{u} \ddot{u}) d\Omega$$

et ainsi pour une courbe évanescence $\Gamma \rightarrow 0$:

$$\lim_{\Gamma \rightarrow 0} \frac{d}{dt} \int_{V_\Gamma} \rho \left(\xi + \frac{1}{2} \dot{u}^2 \right) d\Omega = 0 \quad (2.4)$$

De

$$\frac{d}{dt} \int_{V_\Gamma} \rho \left(\xi + \frac{1}{2} \dot{u}^2 \right) d\Omega = \int_{\Omega_\Gamma} \rho (\dot{\xi} + \dot{u} \ddot{u}) d\Omega - \int_\Gamma \rho \left(\xi + \frac{1}{2} \dot{u}^2 \right) \dot{a} n_1 d\Gamma$$

On obtient finalement à partir du bilan énergétique du système entier :

$$\lim_{\Gamma \rightarrow 0} \left(\int_{\partial\Omega} n \cdot \sigma \cdot \dot{u} d\Omega - \int_{\Omega_\Gamma} \rho (\dot{\xi} + \dot{u} \ddot{u}) d\Omega + \int_\Gamma \rho \left(\xi + \frac{1}{2} \dot{u}^2 \right) \dot{a} n_1 d\Gamma \right) = 0 \quad (2.5)$$

Pour préciser les échanges d'énergie près de la pointe de fissure, on peut comparer (2.5) au bilan énergétique du système des points matériels occupants Ω_Γ au temps t . Ce bilan énergétique est :

$$\int_{\Omega_\Gamma} \rho (\dot{\xi} + \dot{u} \ddot{u}) d\Omega = \int_{\partial\Omega} n \cdot \sigma \cdot \dot{u} da - \int_\Gamma n \cdot \sigma \cdot \dot{u} d\Gamma + \int_\Gamma q \cdot n d\Gamma \quad (2.6)$$

et ainsi les expressions suivantes prises :

$$\lim_{\Gamma \rightarrow 0} \left(\int_\Gamma q \cdot n d\Gamma - \int_\Gamma \left[\rho \left(\xi + \frac{1}{2} \dot{u}^2 \right) \dot{a} n_1 + n \cdot \sigma \cdot \dot{u} \right] d\Gamma \right) = 0 \quad (2.7)$$

La quantité non nécessairement nulle Π_A défine par

$$\Pi = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} q \cdot n \, d\Gamma \quad (2.8)$$

représente physiquement une source de chaleur concentrée à la pointe de fissure.

De (2.7) son expression est donnée par :

$$\Pi = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} \left[\rho \left(\xi + \frac{1}{2} \dot{u}^2 \right) \dot{a} n_1 + n \cdot \sigma \cdot \dot{u} \right] d\Gamma \quad (2.9)$$

La conséquence du second principe peut également être déduite dans le même esprit. La production d'entropie du système entier se réduit à $\dot{S} = \frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho s \, d\Omega$ et peut être écrite comme :

$$S = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \left(\int_{\Omega_{\Gamma}} \rho \dot{s} \, d\Omega - \int_{\Gamma} \rho s \dot{a} n_1 \, d\Gamma \right) \geq 0 \quad (2.10)$$

Pour identifier la production d'entropie à la pointe de fissure S_A , on peut comparer à la production d'entropie du système des points matériels occupant Ω_{Γ} au temps t :

$$S_{\Gamma} = \int_{\Omega_{\Gamma}} \rho \dot{s} \, d\Omega - \int_{\Gamma} \frac{q \cdot n}{T} \, d\Gamma \geq 0$$

ce qui entraîne finalement :

$$S_A = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Omega_{\Gamma}} \frac{1}{T} (q \cdot n - \rho T s \dot{a} n_1) \, d\Gamma \geq 0 \quad (2.11)$$

Si $T \rightarrow T_A < +\infty$ quand $X \rightarrow A$, il suit de (2.8), (2.9), (2.11) que :

$$T_A \cdot S_A = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} \left[\rho \left(\Psi + \frac{1}{2} \dot{u}^2 \right) \dot{a} n_1 + n \cdot \sigma \cdot \dot{u} \right] d\Gamma \geq 0 \quad (2.12)$$

où $\Psi = \xi - T s$ dénote la densité d'énergie libre spécifique et $D = T_A \cdot S_A$ la dissipation à la pointe de fissure.

Si $\dot{a} > 0$, de $\dot{\xi} \sim -\dot{a} \xi_{,1}$, on remarque que :

$$\begin{cases} \Pi = \dot{a} \Pi_A & \text{avec } \Pi_A = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} \left[\rho \left(\xi + \frac{1}{2} \dot{u}^2 \right) n_1 - n \cdot \sigma \cdot u_{,1} \right] d\Gamma \\ D = \dot{a} G_A & G_A = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} \left[\rho \left(\Psi + \frac{1}{2} \dot{u}^2 \right) n_1 - n \cdot \sigma \cdot u_{,1} \right] d\Gamma \end{cases} \quad (2.13)$$

Dans la plupart des applications, $T_A < +\infty$ et $s \ll r^{-1}$ (en terme de singularité) ; le fait que : $\lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} \rho T s n_1 d\Gamma = 0$ implique

$$\Pi = D = \dot{a} G_A \geq 0 \quad (2.14)$$

Ainsi la source de chaleur est également la dissipation à la pointe de fissure et doit être chaude. Le taux de restitution de l'énergie G s'identifie à la force thermodynamique Π_A en transformation isentropique et à la force thermodynamique G_A en transformation isotherme.

En fait, la continuité et la régularité sont tacitement admises dans toute la structure sauf en pointe de fissure dans l'analyse précédente. Si les ondes de chocs sont présentes sous la forme d'une surface de discontinuité S se propageant en translation avec la fissure, les équations classiques de saut de surface de discontinuité mènent à l'introduction de surface de chaleur et de surface de production d'entropie sur S . En particulier, la contribution d'une surface de discontinuité en translation avec la fissure est :

$$S_S = \dot{a} \lim_{\Gamma \rightarrow S} \int_{\Gamma} \frac{1}{T} \left[\rho \left(\Psi + \frac{1}{2} \dot{u}^2 \right) n_1 - n \cdot \sigma \cdot u_{,1} \right] d\Gamma \quad (2.15)$$

en terme de production d'entropie.

En conclusion, la singularité en pointe de fissure mène à l'introduction de source de chaleur concentrée Π en plus des notions plus classiques de source de chaleur volumique $\sigma \dot{\epsilon} - \rho \dot{\xi}$ et de sources de chaleur surfacique localisée sur la surface de discontinuité.

L'évolution thermomécanique du solide est alors décrite par des équations mécaniques (équilibre, lois de comportement) et les équations thermiques qui expriment simplement les différentes conditions de sources. Ces équations thermiques sont :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \bullet \text{ Equations locales} & : \quad \forall x \in \Omega \quad \text{div } q = \sigma \dot{\epsilon} - \rho \dot{\xi} \\ \bullet \text{ Conditions aux limites} & : \quad \cdot \text{ Classique sur } \partial\Omega \\ & \quad \cdot \text{ Non classique sur à la pointe de fissure } A \\ & \quad \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} q \cdot n \, d\Gamma = \Pi \end{array} \right. \quad (2.16)$$

2.1.3 Analyse thermique

Il y a couplage thermomécanique à différents niveaux : couplage local en point régulier par le bilan énergétique $\text{Div } q = \sigma \dot{\epsilon} - \rho \dot{\xi}$, couplage à la pointe de fissure par (2.8), (2.9) sans compter le fait que les lois de comportement impliquent également la température.

La question la plus intéressante est naturellement le comportement asymptotique de la réponse thermomécanique. Il est clair que pour la plupart des matériaux les équations couplées sont si complexes que des solutions analytiques ne peuvent être explicitement obtenues. Cependant, des résultats partiels peuvent être établis dans la situation où l'on suppose que la conduction obéit à la loi de Fourier :

$$q = -k \cdot \nabla T \quad (2.17)$$

Dans ce cas, on établit ce qui suit :

→ Si $\Pi > 0$, alors le champ de température admet l'expression asymptotique :

$$T = -\frac{\dot{a} G}{2 k \pi} \text{Log } r + T_0 + O(\sqrt{r} \text{Log } r) \quad (2.18)$$

où T_0 une répartition uniforme de température. La singularité du champ de température est donc logarithmique. La solution en température de ce problème est d'ailleurs identique à la solution du problème de diffusion de chaleur dans un plan par une source ponctuelle à G mobile à la vitesse \dot{a} [12].

En effet, dans (2.16) le second membre $\sigma \dot{\epsilon} - \rho \dot{\xi}$ représente la source de chaleur volumique. Les conditions d'intégrabilités pour la source de chaleur volumique impliquent que sa singularité doit être moins que r^{-2} . La prétention $\Pi > 0$ implique que $q \sim r^{-1}$ ainsi $\text{div } q \sim r^{-2}$ et par conséquent l'équation thermique (2.16), se réduit, asymptotiquement à :

$$\text{div } q = 0 \quad (2.19)$$

Les équations (2.8), (2.19) et les conditions aux limites sur la surface de fissure mènent au système simple :

$$\begin{cases} \text{div } q = 0 \\ \frac{\partial T}{\partial \theta}(\pm\pi) = 0 \\ \lim_{r \rightarrow 0} \int_{-\pi}^{\pi} -k \frac{\partial T}{\partial r} 2 \pi r d\theta = \Pi \end{cases} \quad (2.20)$$

traduisant un problème en régime permanent avec une seule non homogénéité, la source interne.

– Si $\Pi = 0$, c'est-à-dire, s'il n'y a aucune source de chaleur concentrée à la pointe de fissure, alors la discussion devient beaucoup plus complexe. Puisque $\sigma \dot{\epsilon} - \rho \dot{\xi}$ peut avoir la même singularité que $\text{div } q$, l'équation simplifiée (2.19) est asymptotiquement inadmissible. Par exemple un développement au second ordre de l'énergie donne :

$$S_0 = \left(\frac{c}{T_0} \right) (T - T_0) + 3 K \alpha \epsilon_{kk}$$

de sorte que T a la singularité en $r^{-\frac{1}{2}}$ et négatif. L'hypothèse d'adiabaticité n'est pas alors envisageable [23].

En considérant donc le problème en régime transitoire, nous montrons alors que le champ de température est régulier et évolue dans le temps selon les chargement appliqués. Ainsi, comme nous verrons en détail à la section (2.2), pour une onde de traction soudaine se diffractant sur la pointe de fissure il se développera un champ de température de la forme [70] :

$$T = \gamma_{ms} t^{\frac{1}{4}} + T_0 \quad \text{où } \gamma_{ms} \text{ est une constante.} \quad (2.21)$$

2.1.4 Thermoélasticité dynamique

Cette section est consacrée à une analyse par une méthode analytique et numérique du comportement asymptotique dans le cas de la thermoélasticité dynamique et de la conduction linéaires [9].

Si le matériau est élastique, la densité d'énergie libre $\Psi(\epsilon, T)$ a pour expression :

$$\rho\Psi = \frac{1}{2}(\lambda\epsilon_{ii}\epsilon_{kk} + 2\mu\epsilon_{ij}\epsilon_{ij}) - 3K\alpha(T - T_0) - cT\text{Log}\left(\frac{T}{T_0}\right) - (S_0 - c)T + \Psi_0 \quad (2.22)$$

et les lois de comportement sont :

$$\begin{cases} S = -\frac{\partial\Psi}{\partial T} \Rightarrow \rho S = 3 K \alpha \epsilon_{kk} + c \text{Log}\left(\frac{T}{T_0}\right) + S_0 \\ \sigma = \rho \frac{\partial\Psi}{\partial\epsilon} \Rightarrow \sigma_{ij} = \lambda \epsilon_{ii} \delta_{ij} + 2 \mu \epsilon_{ij} - 3 K \alpha (T - T_0) \delta_{ij} \end{cases} \quad (2.23)$$

où $K = \frac{1}{3}(3\lambda + 2\mu)$, est le module de compression et λ, μ les coefficients de Lamé.

Les équations thermomécaniques de la propagation dynamique de fissure peuvent maintenant être explicitement écrites :

$$\begin{cases} k \Delta T - c \rho \dot{T} - 3 K \alpha T_0 \text{tr}\dot{\epsilon} + \dot{a} G \delta = 0 \\ (\lambda + \mu) \nabla \text{tr}\epsilon + \mu \Delta u - 3 K \alpha \nabla T - \rho \ddot{u} + F = 0 \end{cases} \quad (2.24)$$

où $T, \epsilon, \alpha, c, k, \delta$ représentent respectivement le champ de température, le champ des déformations, la chaleur volumique, le coefficient de dilatation linéique et la masse de Dirac en pointe de fissure.

On observe ainsi, une double interaction entre les effets thermiques et mécaniques : d'une part le couplage thermoélastique classique en tout point du solide, d'autre part un nouveau couplage thermomécanique provenant de la création d'une source de chaleur par dissipation d'énergie mécanique à l'extrémité de la fissure qui se propage.

La recherche du comportement asymptotique de la réponse thermomécanique est formulée de la manière suivante : le déplacement u et la température T sont développés comme une

série de singularités décroissantes :

$$\begin{cases} u = u^{(1)} + \kappa u^{(2)} + \dots \\ T = T^{(1)} + \kappa T^{(2)} + \dots \end{cases} \quad (2.25)$$

où, κ est un petit paramètre positif, $u^{(n)}$ et $T^{(n)}$ appartiennent à l'ensemble des fonctions élémentaires :

$$r^\beta (\text{Log } r)^{\beta_1} \dots (\text{Log}_m r)^{\beta_m} f(\theta, t)$$

où β_1, β_2 sont des nombres réels et $(\text{Log}_m r) = \text{Log} (\text{Log}_{m-1} r)$; $f(\theta, t)$, représentant la distribution angulaire, est supposé être régulier sur l'intervalle $]-\pi, \pi[$ en ce qui concerne θ .

La dérivée par rapport au temps en (2.24) peut être asymptotiquement évaluée puisqu'on obtient pour n'importe quelle quantité physique Z :

$$\dot{Z} = -\dot{a} Z_{,1} + \text{terme plus régulier} \quad (2.26)$$

Le développement (2.25) est maintenant déduit point par point des équations (2.17), (2.24), et les conditions aux limites appropriées sur la pointe de fissure.

On suppose d'abord que $\Pi \neq 0$ et ainsi de la discussion précédente on obtient :

$$T^{(1)} = -\frac{\dot{a} G}{2 k \pi} \text{Log } r + T_0 + O(\sqrt{r} \text{Log } r) \quad (2.27)$$

où T_0 une répartition uniforme de température. La singularité du champ de température au premier ordre est donc logarithmique.

Mais, la prétention $\Pi \neq 0$ implique également de (2.8), (2.8) et (2.22) que $\epsilon^{(1)}$ est plus singulier que $T^{(1)}$. Dans ces conditions $u^{(1)}$ vérifie nécessairement l'équation locale :

$$(\lambda + \mu) \nabla \text{tr} \epsilon^{(1)} + \mu \Delta u^{(1)} - \rho \dot{a}^2 u_{,11}^{(1)} = 0 \quad (2.28)$$

comme il suit de (2.24). L'équation (2.28) n'est pas nouvelle puisqu'elle représente exactement la forme classique étudiée dans l'élastodynamique isotherme par Yoffé [78]. Par la méthode

analytique, il est bien connu que la solution $u^{(1)}$ est une combinaison linéaire des fonctions élémentaires $K_i(t) Z(\dot{a}) r^{\frac{1}{2}} h_{ij}(\theta, \dot{a})$ qui mène efficacement à une valeur $\Pi \neq 0$.

Des expressions obtenues pour $T^{(1)}$ et $u^{(1)}$, les équations (2.24) prouvent que $T^{(2)}$ doit vérifier :

$$k \Delta T^{(2)} + 3 K \alpha T^{(1)} \dot{a} (tr \epsilon^{(1)})_{,1} = 0 \quad (2.29)$$

et on obtient ainsi :

$$T^{(2)} = \bar{T}(t) + r^{\frac{1}{2}} \text{Log } r f(\theta, \dot{a}) \quad (2.30)$$

avec pour le mode I de chargement et les conditions aux limites parfaitement isolées :

$$f(\theta, \dot{a}) = - \frac{3 K \alpha \left(2 - \frac{\rho}{\lambda+2\mu} \dot{a}^2 \right) \left(\zeta - \sqrt{1 - \frac{\rho}{\lambda+2\mu} \dot{a}^2} \right)}{\pi^{\frac{3}{2}} \sqrt{2} \rho k^2 (\lambda + 2 \mu)} K_I \dot{a}^2 G \cos \frac{\theta}{2} \quad (2.31)$$

où ζ est proportionnel à $\frac{\beta_1}{\beta_2}$.

Le processus engendrant le champ de température peut être mis en évidence par le tracé des isothermes $T^{(1)} + \kappa T^{(2)} = Cte$. Nous utilisons les caractéristiques physiques d'un polyéthylène et d'un acier :

		Polyéthylène	Acier
λ	$[N.m^{-2}]$	$1, 1.10^9$	$0, 8.10^{11}$
μ	$[N.m^{-2}]$	$0, 3.10^9$	$0, 8.10^{11}$
k	$[W.m^{-1}.K^{-1}]$	$0, 35$	$42, 0$
α	$[K^{-1}]$	$200, 0.10^{-6}$	$1, 5.10^{-5}$
K_{Id}	$[N.m^{\frac{3}{2}}]$	$2, 0.10^6$	$1, 0.10^7$

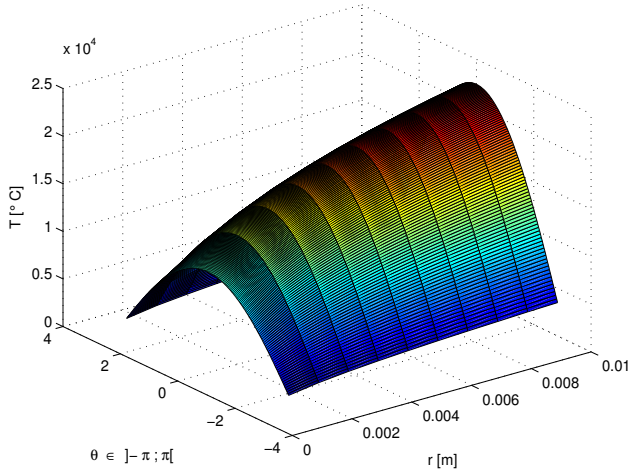
TAB. 2.1 – Caractéristiques physiques du polyéthylène et de l'acier

Les données de TAB.2.1 définissent une longueur caractéristique de l'ordre de ι :

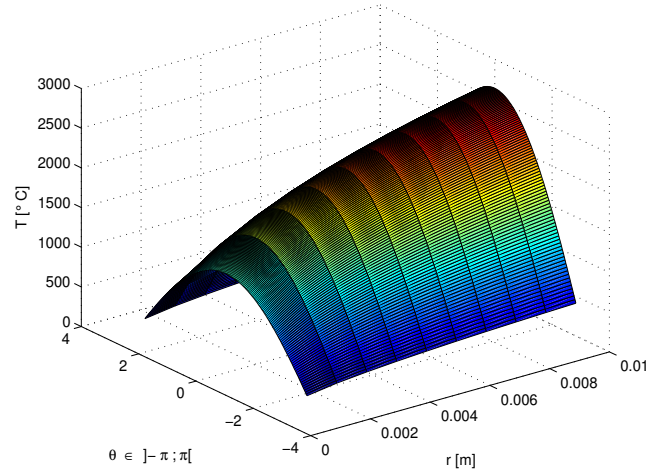
$$\iota^{\frac{1}{2}} = \frac{k (\lambda + \mu)}{3 K \alpha K_{Id} \frac{\mu}{\rho}}$$

Cette valeur correspond à plusieurs distances interatomiques et, de ce fait, il faut se placer à des distances bien plus grandes devant ι pour assurer la validité des équations de la thermodynamique des milieux continus. D'autre part, il ne faut pas que $\frac{r}{\iota}$ soit trop grand pour que les développements asymptotiques aient un sens. On prendra donc $\frac{r}{\iota} \sim 100$ à 1000 . Pour tracer les isothermes, on fixe $G = \frac{1-\nu^2}{E} K_{Id}^2$, ce qui correspond à un critère énergétique de propagation.

La partie principale de la température $T^{(1)}$ est un champ de révolution déterminé par le taux G qui est dissipé en chaleur par conduction. Réciproquement, la connaissance du champ de température permet de connaître G , mais ne permet pas de déduire le régime de dissipation de la chaleur. Ainsi, à partir de $T^{(2)}$, les distributions angulaires $f(\theta, \dot{a})$ peuvent être facilement vues sur FIG.2.2 qui est en accord avec les résultats de [23] pour $\dot{a} = 100 \text{ m.s}^{-1}$ en ce qui concerne l'acier. Celles-ci montrent un champ de température dominé par l'adiabaticité pour $r > 0.001 \text{ m}$, la direction des isothermes étant parallèle à la ligne de fissure ($\theta = 0$).



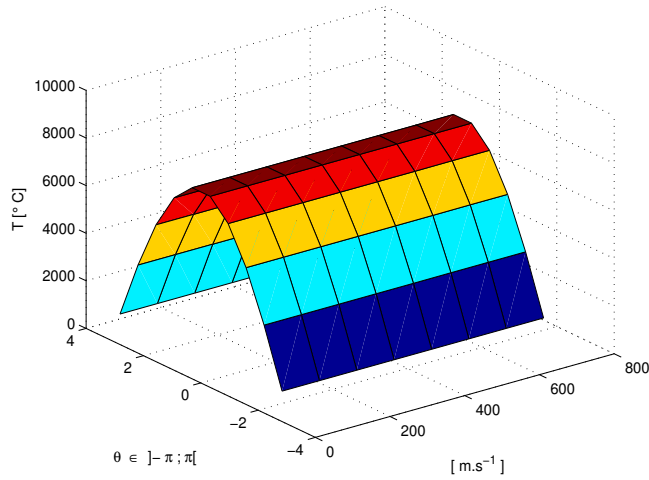
(a) Polyéthylène, $\iota = 3.3 \cdot 10^3 \text{ \AA}$



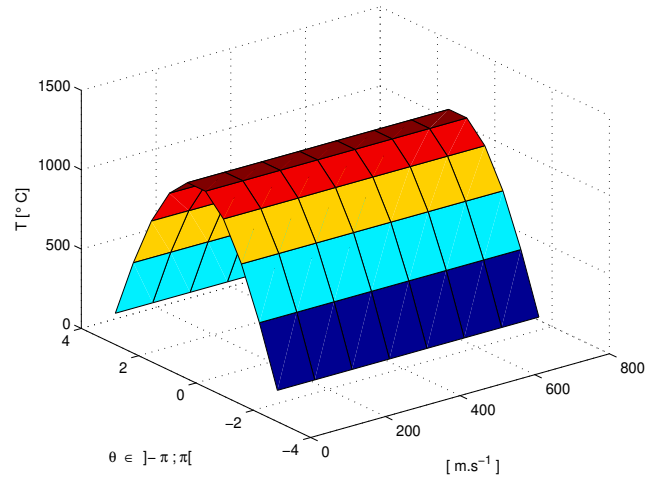
(b) Acier, $\iota = 12 \text{ \AA}$

FIG. 2.2 – Distribution de la température $T^{(2)}$, $\dot{a} = 100 \text{ m.s}^{-1}$

FIG.2.3 représente les courbes isothermes $T^{(1)} + \kappa T^{(2)}$ à $r = 0.001 \text{ m}$ jusqu'à une constante $\bar{T}(t)$, à différentes vitesses de propagation de la fissure \dot{a} pour un polyéthylène et un acier. Elle montre que ces isothermes dépendent faiblement de la vitesse \dot{a} dans l'intervalle $]0, C_r[$.



(a) Polyéthylène, $\nu = 3.3 \cdot 10^3 \text{ \AA}$



(b) Acier, $\nu = 12 \text{ \AA}$

FIG. 2.3 – Courbes isothermes en fonction de \dot{a} , $r = 0.001 \text{ m}$

La direction des isothermes, sensiblement parallèle à la ligne de fissure, montre que le processus est essentiellement adiabatique, corroborant ainsi les résultats de [2].

2.1.5 Thermoplasticité dynamique

Dans le contexte de la plasticité incrementale et de la rupture fragile, la description purement mécanique de la propagation dynamique d'une fissure a été intensivement discutée. Rice [55] a suggéré, depuis 1968, la conjecture qu'un paramètre énergétique en pointe de fissure n'existe pas quand une fissure se propage, illustrée plus tard par les travaux de Chitaley et al. [14], Slepyan [69], Rice et al. [56] concernant l'expression asymptotique de la solution mécanique d'une propagation de fissure respectivement en mode III et I. Le champ de contrainte est naturellement singulier au voisinage de la pointe de fissure, mais sa singularité n'est pas suffisante pour contribuer au bilan énergétique comme dans l'élastodynamique classique.

Une solution asymptotique complète de la solution couplée en plasticité parfaite reste un problème ouvert.

L'objectif ici est de discuter, au moyen d'une analyse numérique du couplage thermomécanique sous la conjecture $G_A = 0$ en plasticité avec écrouissage linéaire. La conjecture est entièrement justifiée en mode III (à conditions que les paramètres matériaux ne dépendent pas de la température), puisque dans ce cas-ci, la solution mécanique ne dépend pas de la distribution de température et ainsi les résultats de Chitaley et al. [14] mènent à l'estimation $G_A = 0$. Par nature, l'analyse numérique ne peut pas donner exactement le degré de singularité des champs mécaniques et thermiques. Cependant, il illustre la transition entre les champs asymptotiques et effectifs. Aussi, il s'agira d'identifier les dimensions des différentes zones d'intérêts du point de vue thermique ou mécanique, et de comparer les résultats obtenus aux expériences exécutées dans les mêmes conditions.

Le problème de propagation dynamique de fissure en mode I, dans un matériau élastique, plastique avec écrouissage linéaire, est choisi pour analyse [70]. Il est également homogène avec les coefficients thermoélastiques isotropes constants et ainsi la densité d'énergie associée est :

$$\begin{aligned} \rho \Psi = & \Psi_0 - (S_0 - c) (T - T_0) - c T \log \frac{T}{T_0} + 2 (\epsilon_{ii} - \epsilon_{kk}^p - 3 \alpha (T - T_0))^2 \\ & + \mu (\epsilon_{ij} - \epsilon_{ij}^p - \alpha (T - T_0) \delta_{ij}) \cdot (\epsilon_{ij} - \epsilon_{ij}^p - \alpha (T - T_0) \delta_{ij}) \end{aligned} \quad (2.32)$$

Si on considère une loi de conduction linéaire de Fourier, $q = -k \nabla T$, l'équation (2.16) mène à l'équation thermique associée :

$$k \Delta T + D = \rho T \dot{S} \quad (2.33)$$

Aucune source de chaleur concentrée à G_A ne sera considérée à la pointe de fissure A . Bien qu'à l'extérieur les sources de chaleur par la suite peuvent exister sur les surfaces de discontinuité possibles de \dot{u} (i.e. $T \dot{S}$ et D ne sont pas nécessairement des fonctions volumiques

régulières), l'absence d'une source de chaleur concentrée à la pointe de fissure s'assure automatiquement pour n'importe quelle solution de (2.16) :

$$\lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} q \cdot n \, d\Gamma = 0$$

La réponse thermomécanique u_i, T, \dots , de la propagation de fissure, pour le mouvement d'équilibre instantané, est alors la solution du problème de valeurs suivant :

Trouver u_i, σ, T, \dots , vérifiant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \\ \sigma = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \epsilon}(\epsilon, \epsilon^p, T) \\ \dot{\sigma} = E \dot{\epsilon} \quad \text{si } \dot{\lambda} = 0 \\ \dot{\sigma} = \frac{E H}{E+H} \dot{\epsilon} \quad \text{si } \dot{\lambda} > 0 \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{(Equation de compatibilité)} \\ \text{(Loi de comportement plastique)} \end{array} \quad (2.34)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div} \sigma + F = \rho \ddot{u} \\ k \Delta T - 3 K \alpha T_0 \dot{\epsilon}_{kk} - \frac{2}{e} \dot{\Upsilon}_{sm} + \beta \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p = \rho c \dot{T} \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{(Equation d'équilibre dynamique)} \\ \text{(Equation thermique)} \end{array}$$

dans les conditions additionnelles des essais de flexion 3 points instrumentés thermiques, sur des échantillons en polyéthylène, chapitre (3) ; où $\dot{\lambda}$ et H représentent respectivement la vitesse de glissement et le module d'écrouissage.

En effet, une fois que la fraction du travail plastique β convertie en chaleur connue, la force de la source de chaleur en n'importe quel point du matériau est calculée à partir du taux de travail plastique, $\dot{\Psi}_p$,

$$\dot{Q} = \beta \dot{\Psi}_p = \beta \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p$$

où σ_{ij} et $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ sont les composantes du tenseur de contrainte et du taux de déformation plastique. Considérons le bilan de la chaleur en un point du matériau. La chaleur est ajoutée de par la conversion du travail plastique et la conduction. Soustrayant le refroidissement associé avec l'effet thermoélastique et les pertes extérieures dues à la convection et la radiation, Υ_{sm} rapporte la croissance de l'énergie thermique en un point du matériau, d'où l'équation thermique dans (2.34) qui est l'équation de conduction de la chaleur pour une plaque mince en $2D$ sans gradient

de température dans l'épaisseur e . Elle relie le champ du taux de travail plastique ($\dot{\Psi}_p = \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p$), un champ mécanique, au champ de température T .

Après, le lien entre le champ du taux de travail plastique et le flux d'énergie avec la fissure est considéré. Moran et al. [47, 48, 66] ont aussi présenté une approche unifiée des intégrales de flux en pointe de fissure, qui, à partir d'une loi généralisée d'équilibre, calculent le flux d'énergie dans un contour infinitésimal, Γ , entourant la pointe de fissure mobile. Une fois spécifié pour le moment d'équilibre linéaire, $\sigma_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i$, le taux de restitution d'énergie à la pointe de fissure, G_A , est montré pour être (2.13) :

$$G_A = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} \left[\rho \left(\Psi + \frac{1}{2} \dot{u}^2 \right) \delta_{1j} - \sigma_{ij} \cdot u_{i,1} \right] n_j d\Gamma \quad (2.35)$$

G_A explique seulement l'énergie flottante en pointe de fissure, ou l'énergie exigée pour créer de nouvelles surfaces. La dissipation d'énergie liée à la progression de la fissure dans un matériau fragile a lieu dans la zone de processus attachée à la pointe de fissure. Pour expliquer cette énergie, une approche semblable à cela, utilisée par Freund [30, 29] peut être utilisée pour relier l'équation (2.35) à la dissipation plastique d'une fissure avec une zone plastique finie. Considérons le cas où le contour, Γ , est développé en un contour circulaire centré en pointe de fissure qui est grand en comparaison avec la zone plastique active. L'équation (2.35) représente maintenant l'énergie assurée à la fissure par le chargement par unité d'avance de la fissure. Cette énergie, G , est en partie consommée à la pointe de fissure dans la génération de nouvelles surfaces, G_A . L'énergie restante est absorbée par le matériau. Sous les conditions d'état d'équilibre, pour un contour attaché à la pointe de fissure en propagation, le travail plastique effectué dans ce contour à travers un sillage plastique qui s'étend de la pointe de fissure le long des surfaces de fissure à $X_1 \rightarrow \infty$,

$$G_A = G - \int_{-h}^h \xi dX_2 \quad (2.36)$$

où h est l'épaisseur du sillage de chaque côté de la surface de fissure, et $\xi = \int_0^{\epsilon} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} d\Lambda$ est l'énergie de déformation contenue dans le sillage. En considérant une décomposition additive des incréments de déformation élastique et plastique, en appliquant la divergence, le théorème

de transport donne,

$$G_A = G - \frac{1}{\dot{a}} \int_{\Lambda} \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p d\Lambda - \int_{-h}^h \xi^e dX_2 \quad (2.37)$$

où Λ est l'aire contenue dans le contour Γ . Cette équation, qui représente un bilan du taux de travail, énonce simplement que l'énergie disponible en pointe de fissure est la différence entre le travail global et le travail effectué à la suite de la fissure.

Le paramètre de pointe de fissure, G_A , comme signifié précédemment, a été la source de beaucoup de discussion dans la littérature de la mécanique de la rupture pour une réponse plastique indépendant du taux, une analyse des champs asymptotiques donne le résultat paradoxal $G_A = 0$ (voir, par exemple, [30, 8, 55, 3]). Même si G_A n'est pas identiquement nulle, l'énergie exigée pour casser des liens à la pointe d'une fissure est une petite fraction de l'énergie totale de défaillance dans les matériaux fragiles [20, 74, 75]. Il peut donc être ignoré.

Ainsi, si la partie élastique de l'énergie, stockée dans la suite, est également considérée petite en comparaison avec la dissipation plastique, alors

$$G = \frac{1}{\dot{a}} \int_{\Gamma_A} \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p d\Gamma_A \quad (2.38)$$

G , l'énergie consommée par unité d'avance de fissure est donc reliée au travail plastique absorbée dans l'échantillon. Des équations (2.38) et (2.34), on tire :

$$G = \frac{1}{\dot{a} \beta} \int_{\Gamma_A} (\rho c \dot{T} - k \Delta T) d\Gamma_A \quad (2.39)$$

Ici Γ_A est l'aire où à lieu la dissipation plastique. Si le champ de température en amont d'une propagation de fissure est connu, l'équation (2.39) permet le calcul du flux d'énergie.

La conduction et la redistribution de la chaleur étant confinée en pointe de fissure, les gradients de température peuvent ainsi être ignorés le long de la frontière de Γ_A . Ce qui est aussi

valable dans une analyse adiabatique, d'une part, et d'autre part compte tenu de la faible conductivité thermique des polymères. L'ordre de l'intégration et de la différentiation peut être ainsi permuté pour obtenir

$$G = \frac{1}{\dot{\alpha} \beta} \left[\frac{d}{dt} \left(\int_{\Gamma_A} \rho c T d\Gamma_A \right) \right] \quad (2.40)$$

Sous cette forme, l'intégrale mesure toute la teneur en chaleur dans Γ_A . Elle s'assure donc de la dissipation d'énergie qui se manifeste sous forme d'un champ de température qui a pour expression [70] :

$$T = \frac{\beta}{\rho c} \left[\sigma_Y + \frac{1}{2} H \epsilon^p(t) \right] \epsilon^p(t) + T_0 \quad (2.41)$$

où σ_Y représente la contrainte limite d'élasticité. Cette valeur diminue en général avec la température.

2.2 Chargement dynamique fissure fixe

Nous faisons référence ici à l'amorçage d'une rupture par une onde mécanique qui va charger une fissure préexistante. Nous en déduisons le champ de température en pointe de fissure.

2.2.1 Chargement dynamique

Nous devons trouver la relation entre le chargement dynamique extérieur et la réponse en fond de fissure. La nature des équations à résoudre est telle qu'il n'existe pratiquement pas de solution analytique à un problème de structure fissurée en dynamique transitoire. La seule solution connue est celle d'une fissure semi-infinie dans un milieu infini soumis à une onde plane de traction parallèle au plan de la fissure (FIG. 2.4).

Si on se place loin de la pointe de fissure, à droite par exemple, l'onde ne rencontre aucun obstacle et se propage sans perturbation. A gauche, au contraire, l'onde rencontre un bord libre et se réfléchit comme une onde plane de détente. Seule la pointe de fissure engendre une perturbation de forme compliquée.

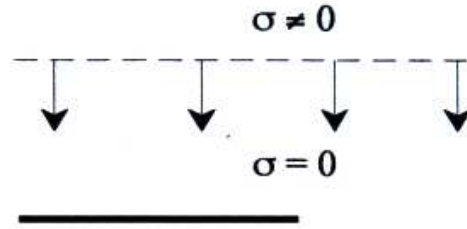


FIG. 2.4 – Onde plane de traction

L'onde en fait se diffracte en rayonnant depuis la pointe de fissure (FIG. 2.5).

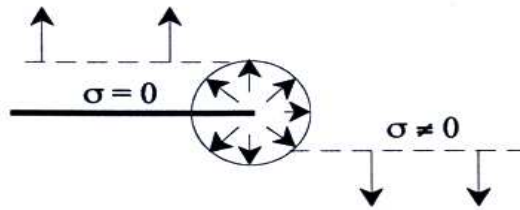


FIG. 2.5 – Rayonnement de l'onde diffractée

Si l'onde de traction est un créneau d'amplitude σ^* (FIG. 2.6), nous tirons de [30] que le facteur d'intensité des contraintes varie comme (FIG. 2.7) :

$$K_I(t) = \frac{\sigma^*}{1 - \nu} \sqrt{C_P \frac{1 - 2\nu}{\pi} t} \quad (2.42)$$

où C_P est la célérité des ondes de Pression.

Ainsi la réponse en fond de fissure n'est pas instantanée. En fait elle croît comme l'onde qui se diffracte en fond de fissure. Comme cette onde grandit linéairement avec le temps et que les facteurs d'intensité des contraintes dépendent de la racine carrée de cette taille nous trouvons bien l'évolution dynamique du facteur d'intensité des contraintes en racine carrée du temps.

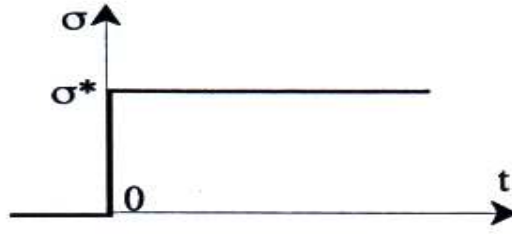


FIG. 2.6 – Chargement

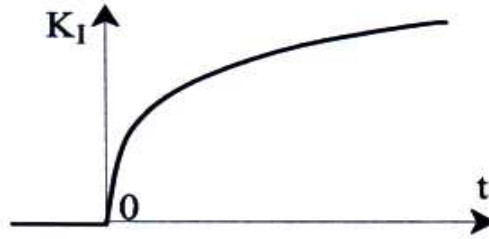


FIG. 2.7 – Facteur d'intensité des contraintes

2.2.2 Détermination du champ de température en fond de fissure

On considère le problème en thermoélasticité dynamique et conduction linéaire. La fissure étant fixe, à $G \delta = 0$, l'équation du couplage thermomécanique devient :

$$k \Delta T - \rho c \dot{T} = q(r, t) \quad (2.43)$$

avec $q(r, t) = 3 K \alpha T_0 tr\epsilon$, la source répartie de chaleur, et ϵ fonction de r, θ et K_I .

La singularité de ce problème est gouvernée par $tr\epsilon$ qui s'exprime en $r^{-\frac{1}{2}}$. Si $T \sim r^{-\frac{1}{2}}$ alors $\Delta T \sim r^{-\frac{5}{2}}$. Il y a une incompatibilité entre ces 2 termes (le Laplacien étant encore plus singulier). Donc l'hypothèse d'adiabaticité n'est pas envisageable. Par ailleurs, si on considère que $\Delta T \sim r^{-\frac{1}{2}}$ alors $T \sim r^{\frac{3}{2}}$. Cela engendre la conduction parfaite. Nous n'avons donc plus de notion de couplage (situation statique isotherme). Ce qui est sans intérêt ici. D'où la nécessité de considérer le problème en régime transitoire.

Ainsi,

- à $t = 0$ $T = 0$
- à $t > 0$ u et T borné.

On cherche la solution élémentaire, T_{elem} , de l'impulsion en 1 point :

$$k \Delta T - \rho c \dot{T} = \delta(r) \delta(t) \quad (2.44)$$

source ponctuelle ($r = 0$), instantanée $\delta(t)$ de chaleur. Il vient :

$$T_{elem} = \frac{1}{4 \pi k t} e^{-\frac{\rho c}{4 k t} r^2} \quad (2.45)$$

La solution générale de (2.43), T , est obtenue à partir de :

$$T = T_{elem} *_t q \quad (2.46)$$

Pour ce fait, nous considérons une source répartie, $f(r) \delta(t)$, la solution, $T_{r=0}$, à l'origine, $r = 0$, se calcule en fonction de la température élémentaire T_{elem} comme suit :

$$T_{r=0} = \int_0^\infty T_{elem}(r) f(r, \theta) r dr d\theta \quad (2.47)$$

si $f(r, \theta)$ est la répartition des sources de chaleur (FIG.2.8).

Par suite, $f(r, \theta)$ est découpée :

$$f(r, \theta) = f(r) g(\theta) \quad (2.48)$$

Il suit :

$$T_{r=0} = \int_0^\infty T_{elem}(r) f(r) r dr \int_{-\pi}^\pi g(\theta) d\theta \quad (2.49)$$

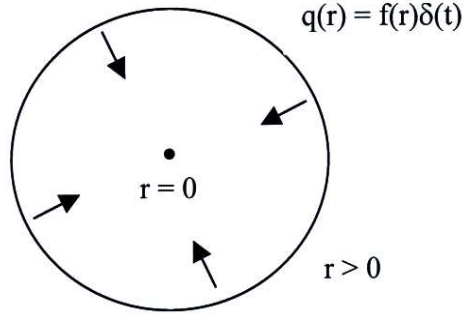


FIG. 2.8 – Réponse à l'origine pour un pulse en $\frac{1}{\sqrt{r}}$

Ici $f(r) = \frac{1}{\sqrt{r}}$ et pour $g(\theta) = 1$,

$$T_{r=0} = 2 \pi \int_0^\infty T_{elem}(r) f(r) r dr \quad (2.50)$$

La solution élémentaire à l'origine pour l'impulsion de Dirac de t , $\delta(t) \delta(x)$, est montrée pour être :

$$T_{\delta_{r=0}} = 2 \cdot \frac{(1 + \nu) (1 - 2 \nu)}{E} \cdot \frac{1}{\pi^{\frac{3}{2}} k^{\frac{1}{4}} \rho^{\frac{3}{4}} c^{\frac{3}{4}}} \cdot \Gamma \left[\frac{3}{4} \right] \cdot T_0 \cdot t^{-\frac{1}{4}} \quad (2.51)$$

Ainsi, la réponse à une onde plane qui se diffracte sur la pointe de fissure (2.42), T , s'établit à partir du champ de température à l'origine $T_{r=0}$ par :

$$T = A \int_0^t T_{r=0} \frac{\partial}{\partial u} \sqrt{u} du \quad \text{avec} \quad t \rightarrow t - u \quad \text{et} \quad t > 0 \quad (2.52)$$

où A est une constante fonction des caractéristiques de la répartition de la source de chaleur.

Par suite, pour l'onde de traction soudaine se diffractant sur la pointe de fissure, (2.42), il se développera, en pointe de fissure, un champ de température de la forme :

$$T = \frac{(1 + \nu) (1 - 2 \nu)}{E} \cdot \frac{(1 - 2 \nu)^{\frac{1}{2}} (\lambda + 2 \mu)^{\frac{1}{4}}}{\pi^{\frac{1}{2}} (1 - \nu) k^{\frac{1}{4}} \rho^{\frac{3}{4}} c^{\frac{3}{4}}} \cdot \frac{\Gamma \left[\frac{3}{4} \right]^2}{\Gamma \left[\frac{5}{4} \right]} \cdot \sigma^* \cdot T_0 \cdot t^{\frac{1}{4}} \quad (2.53)$$

Pour la source angulaire répartie $g(\theta) = \cos \frac{\theta}{2}$, le champ de température s'exprime ainsi [70] :

$$T = \frac{(1 + \nu) (1 - 2 \nu)}{E} \cdot \frac{(1 - 2 \nu)^{\frac{1}{2}} (\lambda + 2 \mu)^{\frac{1}{4}}}{2 \pi^{\frac{3}{2}} (1 - \nu) k^{\frac{1}{4}} \rho c^{\frac{3}{4}}} \cdot \frac{\Gamma \left[\frac{3}{4} \right]^2}{\Gamma \left[\frac{5}{4} \right]} \cdot \sigma^* \cdot T_0 \cdot t^{\frac{1}{4}} \quad (2.54)$$

où $\Gamma[z] = \int_0^\infty t^{z-1} e^{-t} dt$: Fonction Gamma d'Euler. Le champ de température est donc régulier et évolue dans le temps selon les chargement appliqués.

Les élévations de température peuvent être vue sur FIG.2.9 pour le polyéthylène et l'acier de caractéristiques données en TAB.2.1.4, dans le temps, à différentes amplitudes de chargements.

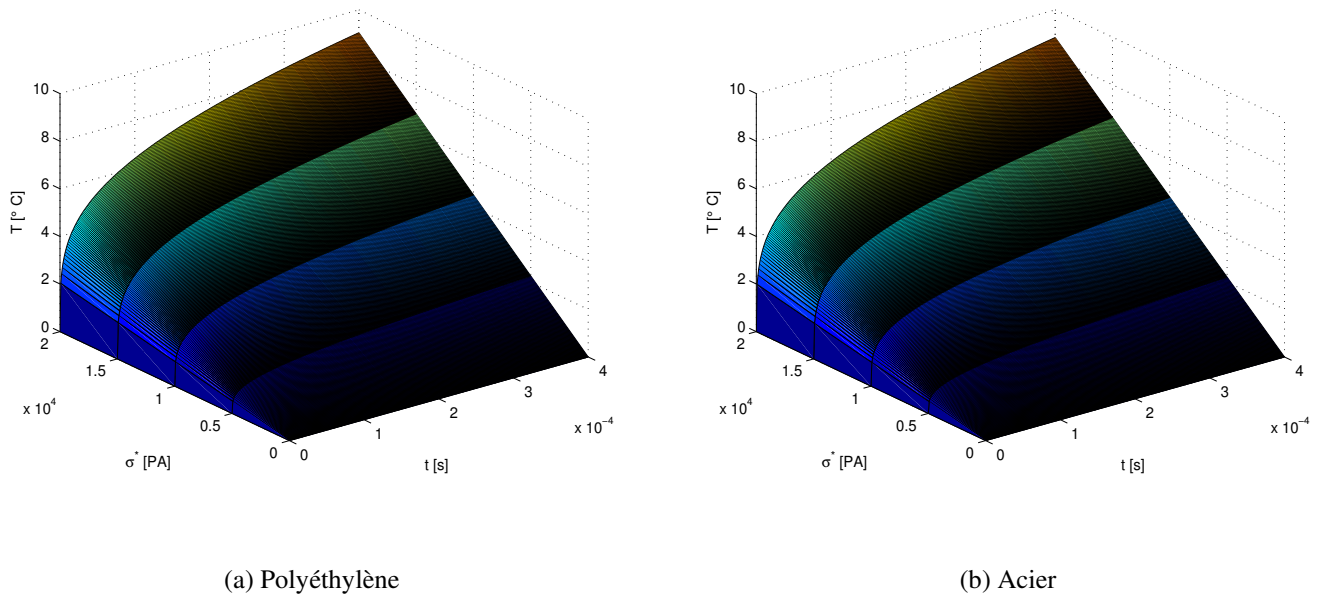


FIG. 2.9 – Evolution en fond de fissure des champs de température

Dans notre modèle, le phénomène de rupture est concentré en un point singulier mathématique, évite dans le calcul toute référence à la plasticité, et permet ainsi, de faire très simplement l'analyse thermique du phénomène. Notre régularité thermique dans le temps selon les chargements appliqués traduit la physique de la rupture, contrairement, à la singularité des champs mécaniques. Les prévisions de notre modèle s'accordent bien aux résultats expérimentaux, même au delà des temps de chargement conduisant à la rupture dynamique.

Chapitre 3

Essais de rupture dynamique

3.1 Préliminaire

Les expériences sont à l'origine de l'étude de la rupture dynamique. La complexité du phénomène à étudier engendre des limitations théoriques qui font recourir à des méthodes numériques. Mais, malgré l'évolution de la technologie numérique (modèles et puissance de calcul), elles restent indispensables puisque c'est l'unique façon d'observer la réponse réelle (et non simulée). Ainsi, la validation (ajustement et vérification) est possible par comparaison avec les calculs et même les données d'acquisition sont utilisables dans les calculs (méthodes hybrides).

Les systèmes pour engendrer une fissure dans une éprouvette sont multiples [45]. On distingue entre autre puits de chute, essai Charpy (ou essai de résilience), le système des barres de Hopkinson ou encore les essais d'impact de plaque. Le choix d'un type d'essai plutôt qu'un autre dépend entre autre de la vitesse de déformation [28]. Nous développerons sommairement l'essai Charpy car il très répandu et il est très simple dans son principe même si son interprétation dans le détail est plus délicate. Puis nous ferons de même avec le système de barres de Hopkinson, qui s'adapte en vue d'une exploitation de type Charpy, que nous utiliserons pour nos propres essais.

3.1.1 Essai Charpy

Le test date du début du siècle et consiste à lâcher un pendule sur une éprouvette fissurée en flexion trois points (FIG.3.1). La position angulaire du pendule avant et après le choc permet d'estimer l'énergie absorbée par le choc qu'on assimile à l'énergie de rupture globale (énergie cinétique, énergie plastique, ...). Si on instrumente le pendule en plaçant une jauge de déformation alors la force durant le choc est aussi mesurée. Mais la vibration de la structure est trop importante et le résultat n'est pas toujours exploitable par manque de précision [11] d'où l'adaptation du principe des barres de Hopkinson.

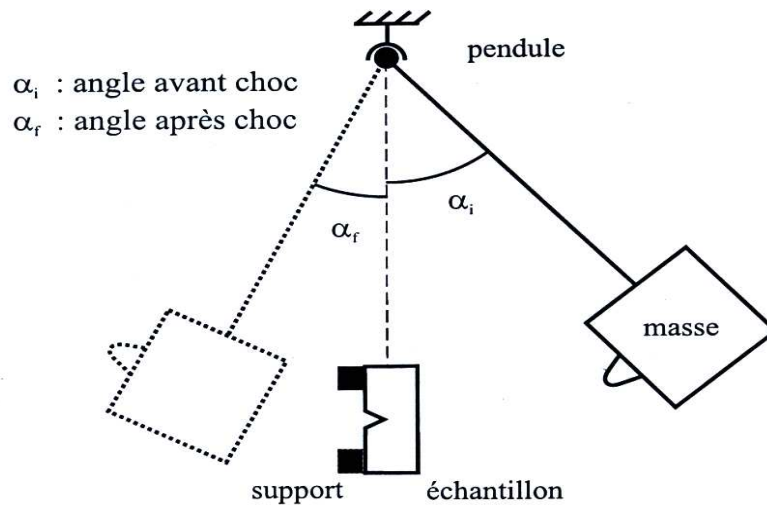


FIG. 3.1 – Description de l'essai Charpy

3.1.2 Essai aux barres de Hopkinson

Le système de barres de Hopkinson ou S.H.P.B. (Split Hopkinson Pressure Bar) est une machine d'essai de compression dynamique mise au point au début du siècle et développée sous sa configuration actuelle par H. Kolsky [28]. Pour pouvoir étudier la mécanique rapide, il a été nécessaire de mettre au point une machine d'essai par contrôle de la vitesse de déformation suite à un impact. Les systèmes de contrôle par le chargement ou le déplacement comme en statique sont trop lents ou trop complexes à mettre en œuvre.

Le système S.H.P.B. est principalement utilisé pour déterminer le comportement dynamique sous un chargement à grande vitesse de déformation (de l'ordre de $10^2 \text{ } S^{-1}$ à $10^5 \text{ } S^{-1}$). Ce système associé à un appareillage adéquat devient un outil intéressant pour étudier la rupture dynamique.

Nous disposons d'un système de barres de Hopkinson mis au point et développé au sein du Laboratoire de Mécanique des Solides de l'Ecole Polytechnique par G. Gary et H. Zhao [85].

Le principe est simple : l'échantillon se trouve entre deux longues barres de matériaux et de diamètres identiques lorsqu'un projectile vient impacter une des barres (qui est dite barre entrante et l'autre est donc dite barre sortante). Ce choc induit une onde de compression dans la barre entrante. A l'interface barre entrante-échantillon, une partie de cette onde incidente est réfléchi tandis que l'autre est transmise à la barre sortante par l'intermédiaire de l'échantillon. Le comportement dynamique est alors déterminé à partir de ces ondes (incidente, réfléchi et transmise) grâce à des informations collectées par des jauges placées sur les barres.

Pour faciliter le calcul, nous considérons deux hypothèses : une propagation unidimensionnelle des ondes et une homogénéité des forces et des déformations dans l'échantillon. La première hypothèse impose un choix de diamètre des barres faible par rapport à la longueur (au maximum 0,01 de la longueur) et la seconde, l'équilibre des forces à chaque interface. Cette dernière hypothèse n'est pas forcément vérifiée lors de la rupture, elle est uniquement nécessaire pour le calcul du module de Young. Nous réalisons auparavant un essai classique (sans rupture) de détermination de comportement dynamique.

L'impacteur est propulsé par un canon à air comprimé dont la pression de tir est contrôlée. La vitesse d'impact est donnée par cette pression, les dimensions (longueur et diamètre) et le matériau (masse volumique).

L'acquisition est faite par l'intermédiaire de jauges collées sur les barres et disposées en

pont complet de Wheastone. La mesure directe des informations au niveau des interfaces barre-échantillon est impossible car il y a superposition des ondes. C'est pourquoi les jauges de déformations sont placées au milieu des barres (FIG.3.2). Les informations sont calculées aux interfaces par transport fictif en négligeant la dispersion radiale (l'hypothèse de propagation unidimensionnelle des ondes se justifie). Pour éviter également une superposition au milieu, la barre entrante a une longueur au moins deux fois plus grande que celle de l'impacteur (le projectile). Pour éviter une trop grande longueur de barre, deux jauges sur la barre peuvent être utilisées pour séparer les ondes.

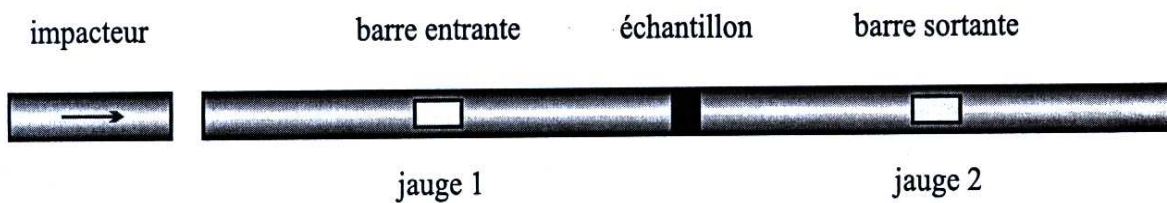


FIG. 3.2 – Système de barres de Hopkinson

Les jauges de déformation fournissent une différence de tension suite à un changement de résistance proportionnelle à la déformation après calibrage. Le signal doit être suffisamment puissant pour être traité. Or si la limite d'élasticité est dépassée alors une dégradation du signal par distorsion est observée. Pour rester dans ce domaine, le choix du matériau (module de Young) constituant les barres est réalisé en fonction de l'amplitude de chargement voulue. Mais parallèlement, les impédances (rapport entre la force et la vitesse d'impact) des barres et l'échantillon doivent être du même ordre afin d'obtenir une transmission convenable de l'onde. Le matériau et la section de l'éprouvette étant donnés, le meilleur montage de barre (matériau et section) parmi ceux à notre disposition sera adopté pour satisfaire au mieux à ces contraintes. Nous préciserons nos choix au début de chaque série d'essai.

Ensuite, les contraintes aux interfaces sont calculées à partir de la déformation et de la relation de comportement (unidimensionnelle).

Finalement, les vitesses et les forces sont intégrées.

En effet, la théorie de l'équation d'onde unidimensionnelle permet d'obtenir une relation entre la déformation et la vitesse particulière :

$$\epsilon(x, t) = \pm \frac{v(x, t)}{c} \quad (3.1)$$

Notons ϵ_i , ϵ_r et ϵ_t respectivement les déformations incidente, réfléchie et transmise enregistrées par les jauges. Les vitesses particulières v_e et v_s respectivement aux interfaces de la barre entrante et de la barre sortante sont alors :

$$\begin{cases} v_e(t) = c [\epsilon_i(t) - \epsilon_r(t)] \\ v_s(t) = c \epsilon_t(t) \end{cases} \quad (3.2)$$

qui donnent les déplacements aux interfaces entrante u_e et sortante u_s par intégration :

$$\begin{cases} u_e(t) = c \int_0^t [\epsilon_i(\tau) - \epsilon_r(\tau)] d\tau \\ u_s(t) = c \int_0^t \epsilon_t(\tau) d\tau \end{cases} \quad (3.3)$$

et les forces F_e et F_s à ces interfaces sont obtenues par la relation de comportement (élastique linéaire unidimensionnelle) :

$$\begin{cases} F_e(t) = S E [\epsilon_i(t) + \epsilon_r(t)] \\ F_s(t) = S E \epsilon_t(t) \end{cases} \quad (3.4)$$

où S est la section des barres.

3.1.3 Présentation du matériau de l'étude

Nous souhaitons rappeler brièvement la nature chimique du polyéthylène et préciser les relations établies entre sa microstructure et ses propriétés mécaniques afin de mieux comprendre les phénomènes qui vont se produire pendant les essais.

Nature chimique

Le polyéthylène est un solide obtenu par polymérisation de l'éthylène C_2H_4 , corps gazeux que la double liaison insaturée $C = C$ rend très réactif. Rappelons que la chimie des polymères

met en jeu des liaisons de covalence moins énergétiques, donc un peu moins fortes que les liaisons ioniques qui sont le ciment des réseaux de type métalliques. ainsi, l'atome de carbone possède sur sa dernière couche atomique 4 électrons libres qu'il tend à partager avec des atomes de carbone, d'hydrogène ou autres, afin de constituer un ensemble stable de 4 doublets d'électrons. Les 2 doublets consacrés à la liaison des atomes de carbone, dans l'éthylène, constituent une forte concentration électronique qui peut être utilisée à former des liaisons avec d'autres molécules. L'idée de la polymérisation est celle d'un mécanisme itératif où le monomère, dans notre cas l'éthylène, vient s'ajouter à une chaîne formée à partir des petites molécules identiques pour former une macromolécule. On peut envisager actuellement 3 procédés de synthèse, débouchant sur des produits portant le même nom, mais dont les propriétés physiques varient sensiblement. Il s'agit à chaque fois d'une réaction en chaîne et non d'une polycondensation, pour laquelle l'addition du monomère à une molécule plus grande exige la disparition de petits groupements atomiques, retrouvés en fin de réaction en tant que substrats. Précisons enfin que la polymérisation de l'éthylène est fortement exothermique.

Les modes de fabrication affectent 3 paramètres qui déterminent la microstructure du matériau ; i.e. principalement son taux de cristallinité, ce sont le poids moléculaire, le taux de sous-chaînes longues, le taux de sous-chaînes courtes. Pour le comprendre, nous allons décrire plus précisément la microstructure du polymère.

Cristallinité

Le cristal est une forme d'organisation régulière vers laquelle la matière à l'état solide tend spontanément : il s'agit d'un état thermodynamiquement stable où les liaisons entre les différents constituants sont fortes. Cependant, cet état n'est pas nécessairement atteint : la matière peut adopter des états d'équilibre métastables, pour des raisons cinétiques. C'est par exemple le cas du verre solide, dont les constituants sont désordonnés au même titre que ceux d'un fluide. Dans les polymères en général, et le polyéthylène en particulier, se mélange une phase amorphe, où les molécules sont enchevêtrées et inorganisées, et une phase cristalline au sein de laquelle au contraire, on peut mettre en évidence une structure. Le rapport de proportion de ces phases

détermine les propriétés mécaniques du matériau. On peut distinguer 3 degrés d'organisation du polyéthylène [39] : la chaîne droite, la lamelle et les sphérolites. La liaison entre phases amorphe et cristalline est réalisée par des chaînes communes.

On définit la température de transition comme celle au dessus de laquelle les caractéristiques mécaniques du polymère se trouvent fortement amoindries. Pour le polyéthylène, cela se produit vers 60°C . On explique cette modification du comportement en considérant que certains mouvements locaux des segments de chaînes deviennent thermodynamiquement impossibles, parce qu'ils sont inactivés thermiquement.

Aux températures usuelles, on tente de comprendre les mécanismes locaux qui correspondent à des déformations apparentes de fortes amplitudes, en adaptant les théories de dislocations développées pour les cristaux métalliques. Toutefois, les progrès sont lents, notamment parce que les polymères s'adaptent mal aux moyens d'observation par microscopie électronique : en particulier, ils ne sont pas conducteurs. Des théories particulières ont cependant été développées à propos du développement d'une striction dans une éprouvette fortement étirée, comme cela se produit pour le polyéthylène. La partie étirée s'analyse comme une juxtaposition de fibres droites orientées dans la direction de traction. Il faut imaginer que les empilements initiaux de lamelles sont détruits, que ces dernières se fragmentent et pivotent de sorte que les segments de chaînes deviennent parallèles à l'étirement.

Un autre aspect de l'organisation du matériau est l'orientation moléculaire. Il s'agit, sans aucune référence à un état cristallin, de la direction moyenne des molécules par rapport aux axes privilégiés du procédé de fabrication, ou du produit final. Ainsi les chaînes de polyéthylène d'un tube peuvent se développer plus favorablement dans le sens longitudinal correspondant à l'extrusion.

Propriétés et applications

On comprend maintenant que le taux de ramification soit associé au taux de cristallinité et par suite aux caractéristiques mécaniques : typiquement, l'encombrement stérique d'un polyéthylène ramifié est plus important et défavorise la formation de lamelles. De même, le poids moléculaire est significatif des frictions microscopiques, i.e. de la portée des liaisons entre les chaînes, et par suite de la viscosité du matériau, en particulier dans l'état fondu.

Extrudé et étiré sous forme de films ou de feuilles de toutes dimensions, les applications de l'emballage sont le domaine de prédilection du polyéthylène basse et moyenne densité. Ses qualités de rigidité, mais également de flexibilité, sa résistance aux déchirures, sa faible sensibilité aux atmosphères humides ou corrosives font de ce matériau l'auxiliaire du transport et du stockage des biens d'équipement, des denrées fraîches et surgelées, mais également un outil de travail à part entière, dans l'agriculture notamment. Par ailleurs, jointe à ses autres propriétés, son inertie électrique fait de ce matériau le partenaire indispensable de l'industrie de câblerie et ainsi une composante essentielle du domaine des télécommunications.

Le polyéthylène haute densité est largement utilisé dans la fabrication de récipients de toutes sortes. On produit par extrusion des tubes et des conduites. Les procédés de moulage et soufflage permettent de fabriquer des bouteilles et autres bonbonnes, dont la résistance à la corrosion chimique est très appréciée, notamment pour le conditionnement de détergents ou de sous-produits de traitements chimiques.

L'importance économique du polyéthylène, en particulier, des polymères en général est considérable. Toutefois, derrière la multiplicité des avatars d'une même molécule, on peut mettre en évidence une grande variété de processus industriels qui font d'un polymère technique un matériau d'une complexité comparable à celle d'un alliage métallique.

Le problème de la durée de vie

Base de notre collaboration avec Gaz de France, le problème de la durée de vie des réseaux de distribution en polyéthylène reste crucial malgré la très grande fiabilité du réseau en place.

En tant que composé semi-cristallin, le matériau n'est pas dans un état thermodynamiquement stable. Il est alors important d'anticiper l'influence du vieillissement du matériau, i.e. des variations plus ou moins spontanées des caractéristiques physico-chimiques, sur les propriétés mécaniques de celui-ci. Inversement, il s'agit également de pouvoir prédire le comportement mécanique de la structure gazière afin d'évaluer son effet sur la nature microscopique du polymère.

D'un point de vue mécanicien, le problème est celui d'une structure enterrée, i.e. dont les déplacements sont contenus par le poids des terres, soumise à une pression interne constante. A d'éventuels défauts locaux dans la composition du matériau peuvent s'ajouter des entailles provenant des opérations de pose. Le vieillissement du matériau et les fluctuations thermiques saisonnières perturbent l'équilibre du tube.

Concrètement, il est nécessaire de disposer d'une modélisation permettant de discuter, par exemple, de l'initiation d'un défaut dans une géométrie correspondant à celle d'un tuyau sur la base d'un ensemble d'essais normalisés. Il convient alors de commencer par déterminer une loi de comportement pour le polyéthylène et d'implanter celle-ci dans un outil de simulation numérique. On peut ensuite mettre en évidence une variation des propriétés de ténacité dynamique du matériau.

3.2 Essais de comportement uniaxial

3.2.1 Mécanique

Introduction

Dans le but de caractériser du Polyéthylène (PE) soumis à des impacts, nous avons réalisé des essais de comportement dynamique sur un dispositif de barres de Hopkinson. Ces expériences sont complétées dans la suite par des essais de rupture dynamique.

Dispositif d'essai

Dans les essais de compression dynamique réalisés sur un dispositif de barres de Hopkinson (FIG.3.3) l'échantillon cylindrique à tester est placé entre deux barres instrumentées. Le chargement est obtenu par un troisième barreau qui vient impacter à grande vitesse une des barres instrumentée.



FIG. 3.3 – Vue générale du dispositif expérimental

Pour la bonne marche des essais il est recommandé d'avoir une impédance acoustique du même ordre pour l'échantillon et les barres.

Le PE fourni par Gaz de France se présente sous forme de barreau cylindrique de section circulaire d'un diamètre de 8 mm environ. Il a été prélevé dans ces barreaux une dizaine de petit cylindre d'une longueur de 8 mm. Compte tenu de ces caractéristiques il est apparu préférable de procéder aux essais avec les barres en nylon de diamètre 40 mm. Deux fines plaques d'aluminium ont été intercalées entre l'échantillon et les barres pour éviter d'abîmer leurs extrémités (Il a été vérifié que cela ne perturbait pas les mesures). L'impacteur a une longueur de 1,13 m engendrant une compression des échantillons pendant une milliseconde environ.

Conditions d'essai

Trois vitesses d'impacts ont été retenues (4.5 m.s^{-1} , 6.9 m.s^{-1} et 11.0 m.s^{-1}) et pour chaque vitesse 3 essais ont été réalisés :

Vitesse d'impact	4.5 m.s^{-1}	6.9 m.s^{-1}	11.0 m.s^{-1}
Série 1	PE101	PE102	PE103
Série 2	PE201	PE202	PE203
Série 3	PE301	PE302	PE303

TAB. 3.1 – Référence des essais de mécanique

La température durant les essais est restée entre 18°C et 19°C .

Résultats d'essai

Les résultats principaux se présentent sous la forme de courbe de loi de comportement (Contrainte-déformation) (FIG.3.5). Le taux de déformation au cours de l'essai (FIG.3.4) est aussi mentionné.

Vitesse d'impact	4.5 m.s^{-1}	6.9 m.s^{-1}	11.0 m.s^{-1}
Taux de déformation moyen	300 s^{-1}	550 s^{-1}	1000 s^{-1}

TAB. 3.2 – Vitesses de déformation moyenne des essais de mécanique

Il est à noter que les échantillons ne restent pas parfaitement cylindriques durant les essais et par conséquent les résultats ne sont fiables que jusqu'au 30 % de déformation environ, au de là les effets tridimensionnels deviennent trop importants pour être négligés. Aux grandes vitesses il semble même qu'une instabilité se produit, les échantillons après essai étant complètement aplatis.

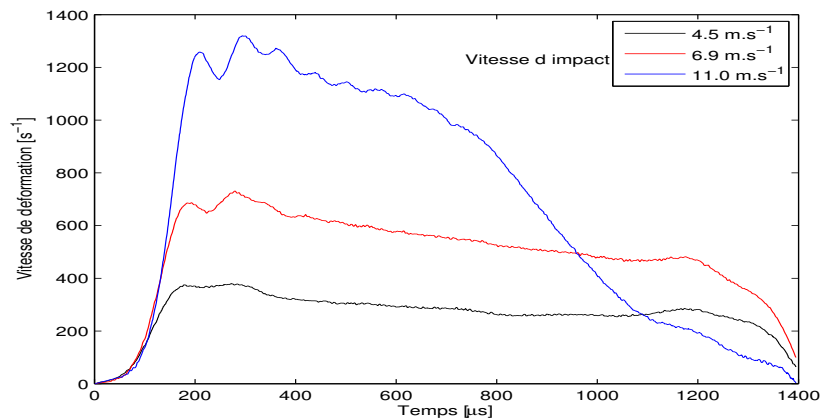


FIG. 3.4 – Vitesse de déformation du PE

Le comportement du PE à taux de déformation constant s'apparente très facilement à un comportement élastoplastique à écrouissage linéaire.

Il semble après ces premières constatations que le comportement ne varie pas significativement avec la vitesse de chargement. Il conviendrait d'utiliser une méthode d'identification de paramètres pour affiner ces résultats.

Conclusions

Les essais de compression dynamique sur le PE n'ont pas soulevés de difficultés particulières. Il semble qu'en première approximation l'élastoplasticité avec écrouissage linéaire convienne. De plus dans la gamme des taux de déformations étudiées le comportement ne varie pas sensiblement ce qui devrait faciliter la poursuite de l'étude concernant la ténacité dynamique du PE.

	Module initial [MPa]	Module d'écrouissage [MPa]	Seuil
PE101	700.0	90.0	32.0
PE201	700.0	100.0	35.0
PE301	700.0	90.0	32.0
PE102	900.0	103.0	35.0
PE202	900.0	110.0	40.0
PE302	750.0	70.0	37.0
PE103	800.0	90.0	35.0
PE203	750.0	100.0	35.0
PE303	700.0	80.0	38.0

TAB. 3.3 – Estimations de modules initiaux et d'écrouissage

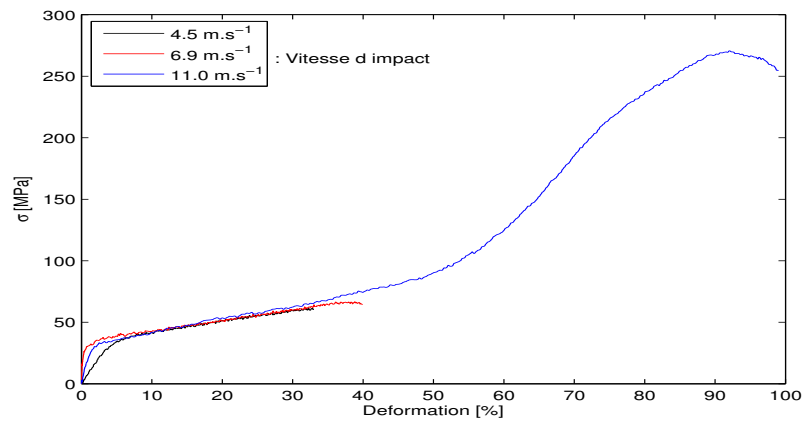


FIG. 3.5 – Comportement dynamique du PE

3.2.2 Thermomécanique

Introduction

Les phénomènes de dissipation de l'énergie mécanique dans les métaux sont connus depuis très longtemps : toute l'énergie mécanique est transformée instantanément en chaleur. Par contre, ce n'est pas le cas pour les polymères. La caractérisation de ces phénomènes est primordiale pour la compréhension du comportement des polymères à température variable. Ainsi,

nous pourrons les prédire et éviter la localisation intense de l'énergie qui provoque la dégradation, la rupture ainsi que la modification des propriétés des polymères.

La compréhension des phénomènes liés à la dissipation de l'énergie nécessite donc une étude des caractéristiques thermomécaniques des polymères. Pour effectuer celle-ci, l'énergie mécanique sera fournie comme précédemment par un principe de compression dynamique. Il permet de maîtriser la dissipation d'énergie puisqu'il n'y a pas d'échanges entre l'échantillon et le milieu ambiant et d'explorer ces phénomènes grâce à la modification des paramètres de compression : par exemple la vitesse de chargement. Mais ce principe impose que la température doit être déterminée instantanément.

Le but ici est d'observer et de caractériser de façon qualitative les phénomènes de dissipation d'énergie ainsi que de déterminer l'évolution de la température lors des essais de comportement dynamique sur un dispositif de barres de Hopkinson, pour le PE à la température de 0 °C.

Dispositif d'essai

Les essais de compression dynamique sur le PE se sont déroulés comme lors des essais précédents, i.e. sur des éprouvettes, sous forme de barreau cylindrique de section circulaire d'un diamètre de 8 mm environ, fournies par Gaz de France.

Ces éprouvettes sont placées dans un dispositif de barres de Hopkinson à deux barres (en en nylon de diamètre 40 mm). Le chargement est obtenu par un troisième barreau (de longueur 1.0 m) qui vient impacter à grande vitesse une des barres. L'impédance acoustique est du même ordre pour l'échantillon et les barres.

Les conditions thermiques imposées sont obtenus à l'aide d'une enceinte réfrigérée régulée placée autour des éprouvettes. Pour assurer la bonne mise en équilibre thermique avant les essais, les éprouvettes sont stockées dans l'enceinte plusieurs heures auparavant.

Enfin, afin de suivre les couplages thermomécaniques au cours des essais, les éprouvettes ont été équipées de thermocouples . Ces thermocouples sont noyés au cœur de l'éprouvette cylindrique (FIG.3.6).

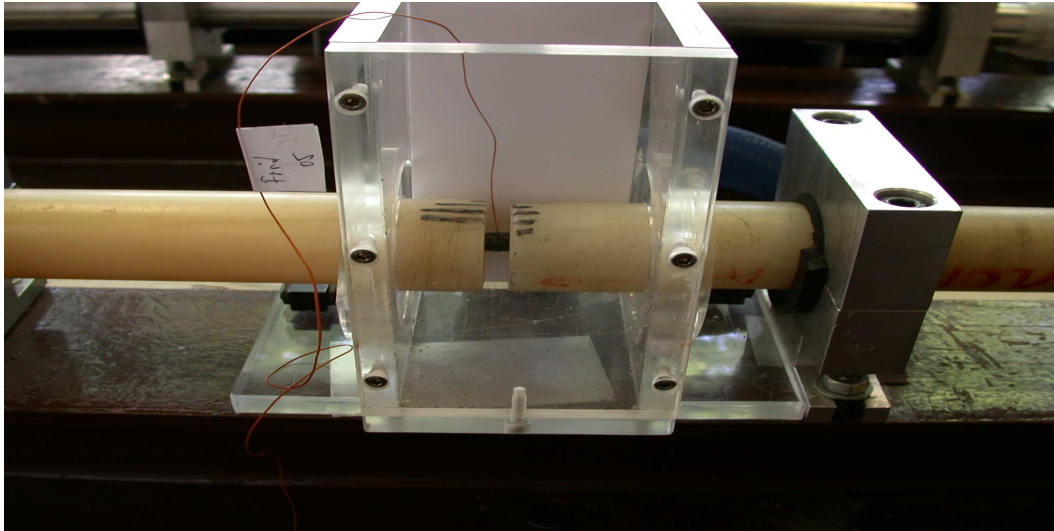


FIG. 3.6 – Epreuve instrumentée dans le dispositif expérimental

Le temps de réponse des thermocouples est généralement considéré comme un facteur limitatif pour la mesure des variations de températures transitoires dans les solides. Ce temps de réponse est de l'ordre de la milliseconde pour les thermocouples soudés sur la surface de mesure et davantage pour les thermocouples collés. Cependant, Rittel [59] a présenté des mesures de températures transitoires sur des éprouvettes en polymères sollicitées aux barres de Hopkinson grâce à un thermocouple noyé dans la masse. De ces expériences Rittel constate une élévation de température qui est synchronisé avec le signal enregistré par le jauge de déformation.

Le principe de fonctionnement du thermocouple est l'apparition d'une tension aux bornes de sa jonction dépendant de la température [63]. Cette tension est amplifiée puis directement enregistrée par la carte d'acquisition rapide (1 MHz) en même temps que les signaux de jauge venant des barres (FIG.3.19).

Conditions d'essai

Trois vitesses d'impacts ont été retenues (4.7 m.s^{-1} , 6.8 m.s^{-1} et 10.9 m.s^{-1}) et pour chaque vitesse nous avons réalisé respectivement 2, 3 et 1 essais (TAB.3.4) :

Vitesse d'impact	4.7 m.s^{-1}	6.8 m.s^{-1}	10.9 m.s^{-1}
Série 1	FROID03	FROID01	FROID06
Série 2	FROID05	FROID02	.
Série 3	.	FROID04	.

TAB. 3.4 – Référence des essais de thermomécanique

La température durant les essais est restée à 0°C .

Résultats d'essai

Le comportement mécanique est gouverné par un paramètre : la vitesse de déformation de l'échantillon. Cette grandeur est variable comme nous l'avons vu dans les essais précédents. L'allure observée ici (FIG.3.7) permet de définir des vitesses de déformation moyenne.

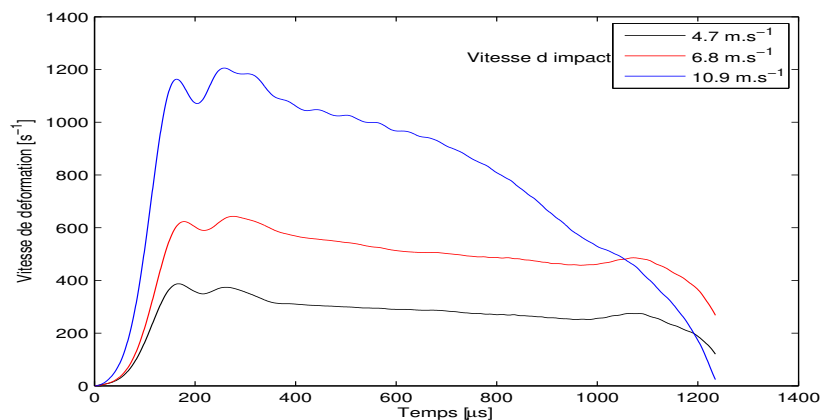


FIG. 3.7 – Vitesse de déformation du PE à 0°C

Les vitesses moyennes des essais sont regroupées dans (TAB.3.5).

Vitesse d'impact	4.7 m.s^{-1}	6.8 m.s^{-1}	10.9 m.s^{-1}
Taux de déformation moyen	350.0 s^{-1}	600.0 s^{-1}	1000.0 s^{-1}

TAB. 3.5 – Vitesses de déformation moyenne à 0°C

L'influence sur le comportement mécanique de la vitesse de déformation est visualisée grâce à FIG.3.8.

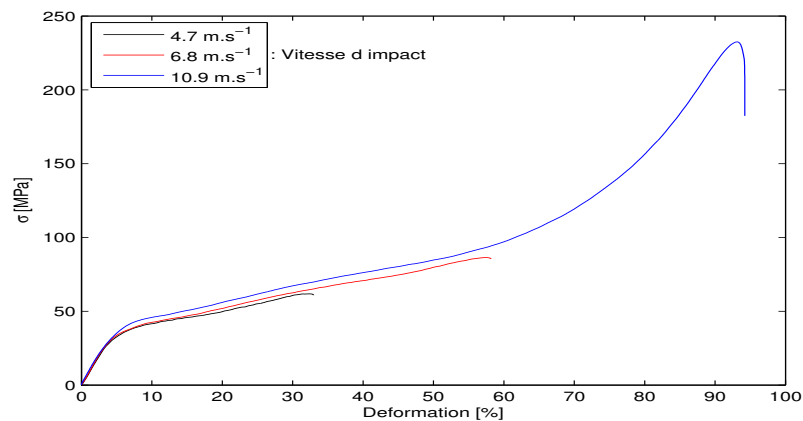


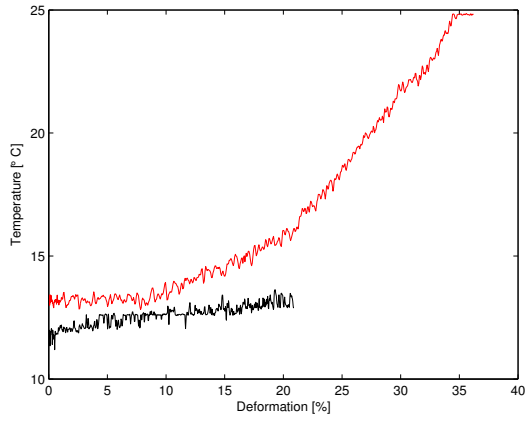
FIG. 3.8 – Comportement dynamique du PE à 0°C

Plus la vitesse de déformation est importante, plus la contrainte est élevée. Ce qui correspond à un durcissement du matériau. Il faut noter que déformation maximale applicable croît avec la vitesse d'impact.

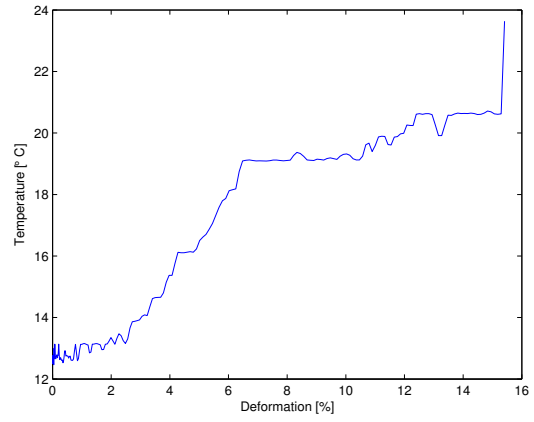
Les valeurs de température obtenues pour les essais sont regroupées dans FIG.3.9.

On observe que la température augmente avec la déformation de l'échantillon. En fait, plus la déformation est importante, plus l'énergie mécanique apportée est élevée et donc plus la température est grande.

La température maximale atteinte pour le PE ne dépasse jamais la température de la transition qui est de 60°C . Par conséquent, le PE reste en état thermique ce qui implique que ses



(a) Vitesse d'impact en $m.s^{-1}$: 4.7 , 6.8

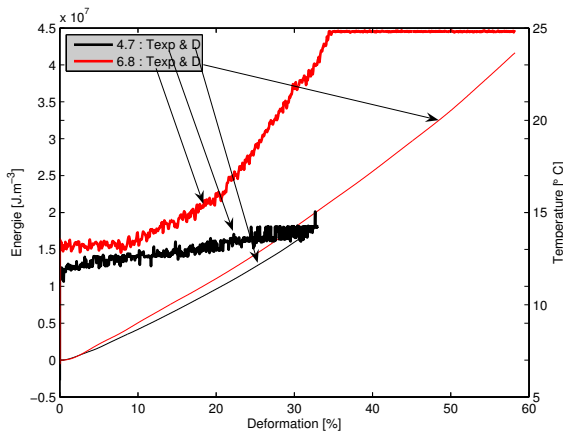


(b) Vitesse d'impact en $m.s^{-1}$: 10.9

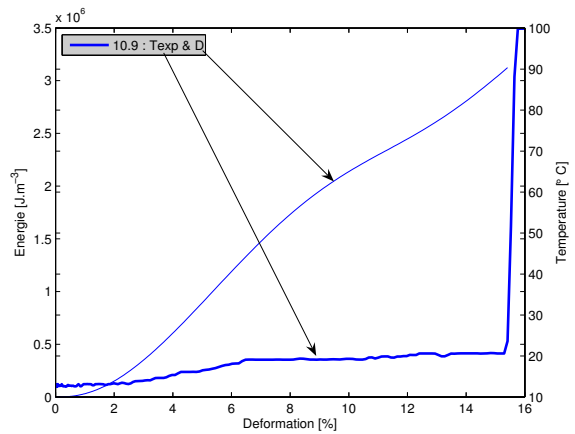
FIG. 3.9 – Résultats de la mesure de température

propriétés mécaniques ne vont pas être modifiées.

Pour observer le phénomène de transformation de l'énergie mécanique en chaleur, nous avons comparé l'énergie dissipée D avec la température T_{exp} pour les différentes vitesses de déformation au cours des essais.



(a) Vitesse d'impact en $m.s^{-1}$: 4.7 , 6.8



(b) Vitesse d'impact en $m.s^{-1}$: 10.9

FIG. 3.10 – Comparaison de l'énergie mécanique et de la température

FIG.3.10 indique que toute l'énergie mécanique n'est pas transformée en chaleur au début des essais (augmentation de la température moins linéaire et plus lente) et que la transformation de l'énergie est totale à la fin des essais (la température et l'énergie sont proportionnelles).

Aussi, la nature du matériau joue un rôle important dans la transformation de l'énergie mécanique. Pour un métal, toute l'énergie mécanique se transforme instantanément en chaleur : la température et l'énergie mécanique en fonction de la déformation sont proportionnelles. Par contre, pour le PE, l'énergie mécanique n'est pas totalement et immédiatement transformée en chaleur (car la température et l'énergie ne sont pas proportionnelles).

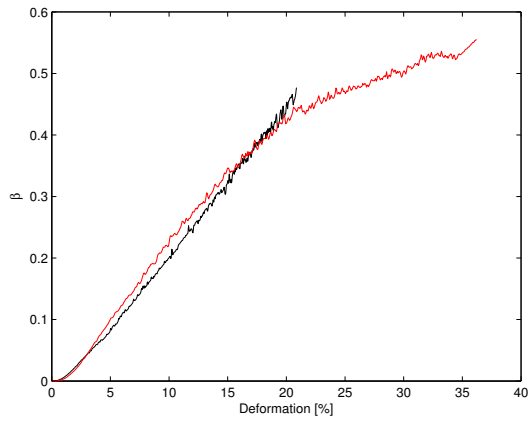
Nous pouvons supposer qu'il existe un phénomène de stockage de l'énergie mécanique. Ce qui permettrait d'expliquer le fait qu'au début des essais la température et l'énergie mécanique ne sont pas proportionnelles. Ainsi qu'un phénomène de relaxation qui impliquerait la restitution de l'énergie stockée en chaleur i.e. que la température est alors proportionnelle à l'énergie mécanique.

L'évolution de la transformation de l'énergie mécanique en chaleur pour le PE peut être observée grâce à la fraction de l'énergie mécanique convertie en chaleur, β (tangent), défini par :

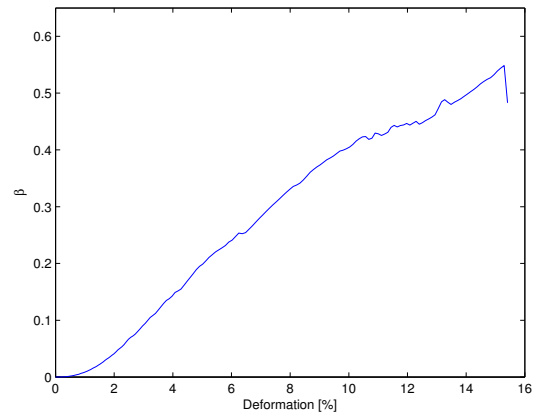
$$\beta = \frac{\rho c \Delta T}{\int \sigma \dot{\epsilon}^p dt} \quad (3.5)$$

en fonction de la déformation de l'échantillon (FIG.3.11)

L'évolution de la transformation de l'énergie mécanique au cours des essais n'est pas constante. Elle implique l'existence de phénomènes compliqués. Il est difficile de visualiser les hypothèses déduites précédemment car il faudrait tenir compte de la déformation élastique qui n'est pas toujours négligeable et qui correspond elle aussi à de l'énergie stockée mécaniquement. Pour exploiter ces courbes et pour valider nos hypothèses, il faudrait effectuer une étude plus complète et plus approfondie.



(a) Vitesse d'impact en $m.s^{-1}$: 4.7 , 6.8



(b) Vitesse d'impact en $m.s^{-1}$: 10.9

FIG. 3.11 – Fraction de l'énergie mécanique convertie en chaleur

Conclusions

La vitesse de déformation entraîne deux phénomènes :

- Durcissement du matériau correspondant à l'élévation de la contrainte.
- Radoucissement du matériau dû à l'augmentation de la température qui provient en fait de l'augmentation de l'énergie mécanique.

Ces deux effets paraissent contradictoires mais en fait, l'effet de radoucissement est inférieur à l'effet de durcissement.

La température atteinte lors des essais reste inférieure à la température de transition.

Pour le PE (FIG.3.12), nous constatons qu'il existe un phénomène de stockage de l'énergie mécanique et un processus de relaxation qui peuvent être schématisés de la façon suivante :

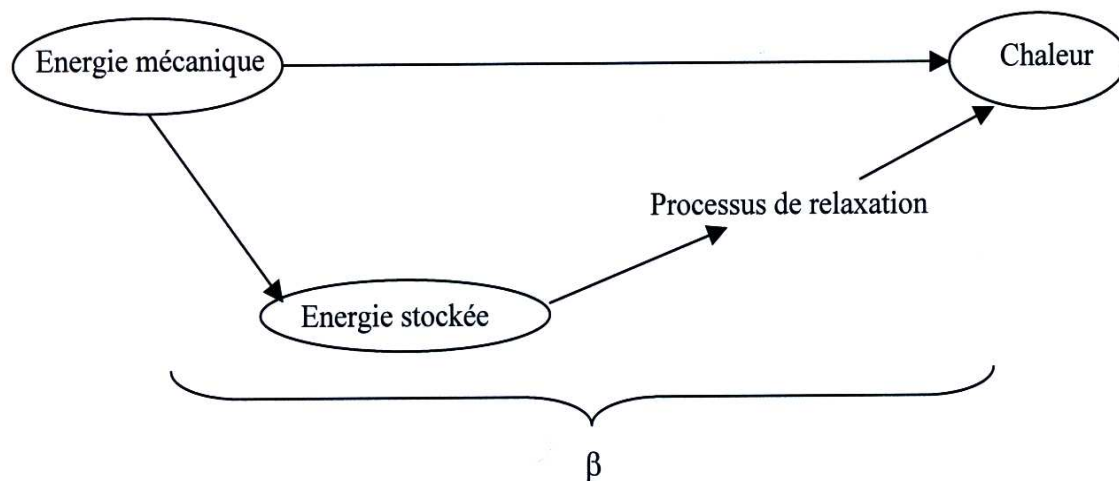


FIG. 3.12 – Transformation de l'énergie mécanique en chaleur

3.3 Essais de flexion 3 points

3.3.1 Sans instrumentation thermique

Introduction

Il s'agit ici de réaliser des essais sur un banc de barres de Hopkinson en flexion pour se rapprocher des conditions d'essai classique au banc Charpy, l'objectif étant de mettre en évidence les mécanismes de rupture.

Description des essais

Les essais de rupture dynamique sont menés dans un dispositif de barres de Hopkinson en flexion sur des éprouvettes de PE en forme de barreau entaillés fournies par Gaz de France.

Le chargement est obtenu en projetant un barreau semblable aux barres mais plus court. On engendre ainsi un effort de compression de niveau presque constant et de durée fixe qui se propage dans la barre entrante. Lorsque cette onde arrive au contact de l'éprouvette une interaction se produit. Une partie de l'onde entre dans l'éprouvette et la met en flexion l'autre est réfléchiée dans la barre entrante. L'éprouvette en flexion va aussi interagir avec les barres sortantes qui vont enregistrer une onde de compression (FIG.3.13).

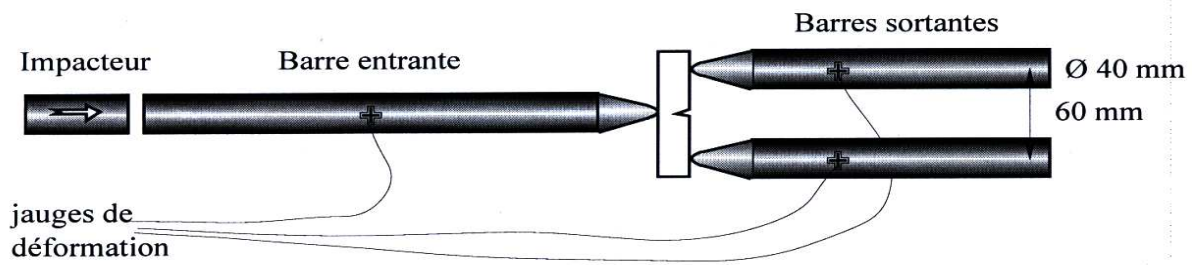


FIG. 3.13 – Barres de Hopkinson en flexion. Barres en nylon.

Les mesures effectuées sont la déformation au cours du temps sur la barre entrante et les deux barres sortantes. Après transport des ondes (incidente, réfléchie et transmise) aux points de contact avec les éprouvettes on obtient les forces appliquées ainsi que les vitesses résultantes en ces points.

Une première difficulté apparaît à ce stade. Comme la force appliquée côté entrant est la somme algébrique de deux signaux expérimentaux de signes opposés il faut veiller à ce que le signal réfléchi soit bien différent du signal incident. Pour parvenir à ce résultat il convient de vérifier que l'impédance mécanique des barres est adaptée à celle des éprouvettes à tester. Cette impédance, Z , est le produit de la densité linéique par la célérité des ondes dans la barre considérée :

$$Z = \rho S C \quad (\rho \text{ densité volumique, } S \text{ section de la barre}) \quad (3.6)$$

L'impédance des éprouvettes en PE est faible à la fois à cause du matériau et de leurs dimensions. Nous avons donc utilisé le dispositif de barres de Hopkinson présentant la plus faible impédance à savoir le celui avec des barres en nylon de 40 mm. Malgré ce choix l'impédance des barres reste élevée par rapport à celle des éprouvettes. Une première série d'essai a montré que la précision sur la force entrante était très mauvaise aussi nous avons réalisé une deuxième série d'essai en testant trois éprouvettes simultanément pour ainsi tripler leur impédance (FIG.3.14).

La précision sur la force entrante est alors bien meilleure. La rupture du PE étant suffisamment ductile on suppose que les trois éprouvettes se rompent simultanément.

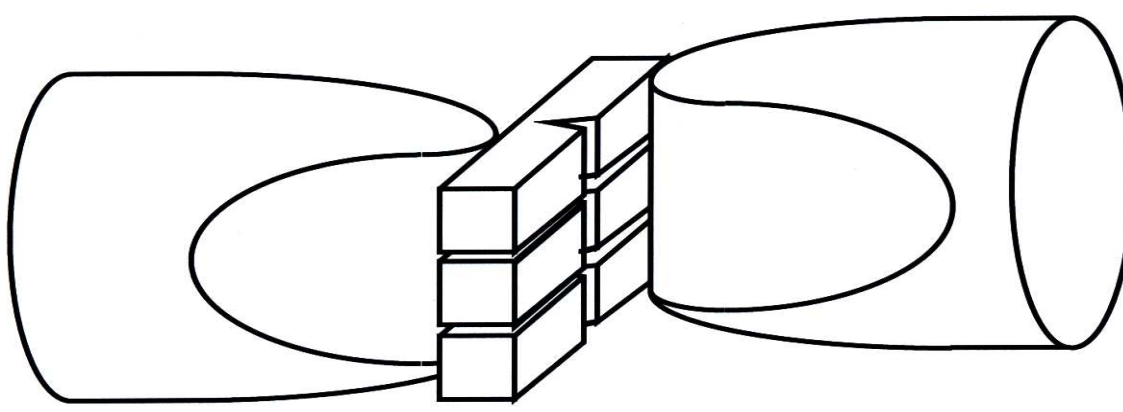


FIG. 3.14 – Disposition des éprouvettes

Résultats des essais - Conclusions

Les résultats expérimentaux de ces essais sont donc les forces appliquées aux trois points de contact barres-éprouvettes et les vitesses de ces points (FIG.3.15).

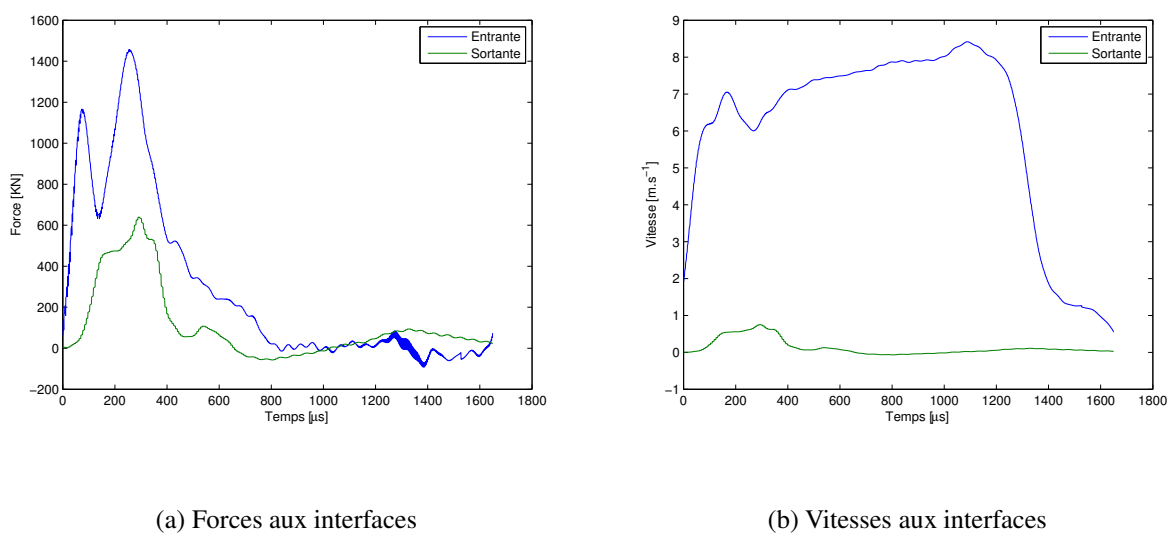


FIG. 3.15 – Résultats sans instrumentation thermique

Ces résultats seuls ne donnent aucune indication directe sur la ténacité du matériau et sur l'état mécanique en fond d'entaille. Tout au plus peut-on en déduire l'énergie dissipée durant comme on le fait classiquement dans les essais Charpy. Aussi pour connaître plus exactement la sollicitation en fond d'entaille nous procéderons à des simulations numériques de ces essais.

3.3.2 Avec instrumentation thermique

Introduction

L'objectif ici est de regarder l'influence de la température sur la rupture dynamique du PE. La bibliographie ne rapporte pas d'études consacrées à la mesure de température en fond d'entaille d'une éprouvette KCV lors d'un essai d'impact de type Charpy. Un premier calcul simple valide l'idée d'un échauffement local, il suffit de vérifier si l'hypothèse d'un échauffement local adiabatique peut être soutenue, i.e. de vérifier si la chaleur produite par la transformation du travail plastique a le temps de diffuser pendant la durée de l'essai.

Soit $x_a \sim \sqrt{a t}$ la distance caractéristique de propagation de la chaleur, avec a la diffusivité thermique donnée par (3.7). Avec les valeurs pour le PE issues de GdF, on a $a = 2,13 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Pour une durée moyenne de l'essai de $400 \text{ } \mu\text{s}$, $x_a = 9,23 \cdot 10^{-6} \text{ } \mu\text{m}$. Ce qui traduit comme précédemment un phénomène très concentré en fond d'entaille.

$$a = \frac{k}{\rho c} \quad (3.7)$$

Ainsi, il s'agit d'une part de réaliser des essais de rupture dynamique à la température de 0°C et d'autre part de faire, durant les essais, la mesure instantanée de la température en pointe de fissure. Cette dernière mesure est utile pour évaluer l'importance du couplage thermomécanique dans ce matériau. En effet si des variations de quelques degrés apparaissent en pointe de fissure, les températures de transition définies à partir de la température ambiante d'essai doivent être corrigées de ces variations.

Dispositif expérimental

Les essais de rupture dynamique sur le PE se sont déroulés comme lors des essais précédents, i.e. sur des éprouvettes de type barreaux entaillées utilisés dans les essais Charpy (FIG.3.16).

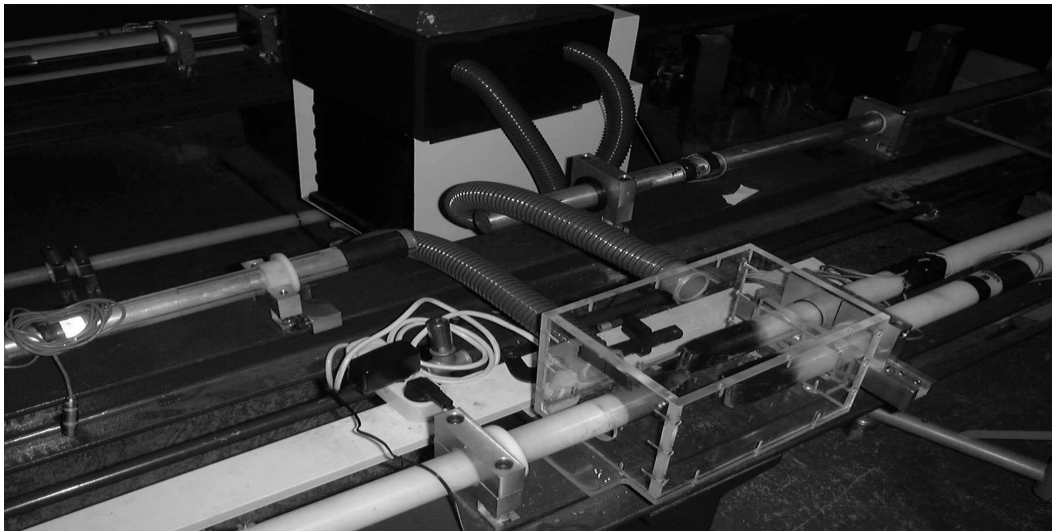


FIG. 3.16 – Dispositif général

Ces éprouvettes sont placées dans un dispositif de barres de Hopkinson à trois barres (en nylon) : une barre entrante pour l'application de l'impact au milieu de l'éprouvette, deux barres sortantes pour les appuis aux deux extrémités (FIG.3.13).

Le dispositif étant très souple (flexion trois points et faible rigidité du PE), la mesure de l'impact côté entrant est peu précise. Pour améliorer cette mesure, on augmente la rigidité du système en réalisant les essais sur trois éprouvettes en même temps, placées l'une au dessus de l'autre (FIG.3.14)

Les conditions thermiques imposées sont obtenues à l'aide d'une enceinte réfrigérée régulée placée autour des éprouvettes (FIG.3.17).

Pour assurer la bonne mise en équilibre thermique avant les essais, les éprouvettes sont stockées dans l'enceinte plusieurs heures auparavant.

Enfin, afin de suivre les couplages thermomécaniques au cours des essais, certaines éprouvettes ont été équipées de thermocouples (sur les trois éprouvettes testées à chaque essai seule une éprouvette est équipée d'un thermocouple). Ces thermocouples sont noyés au cœur de

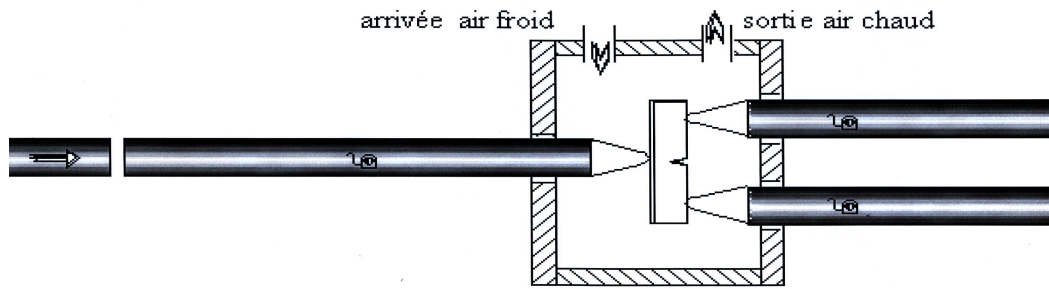


FIG. 3.17 – Moyen d’obtention des conditions thermiques

l’éprouvette juste en avant du fond d’entaille (FIG.3.18).

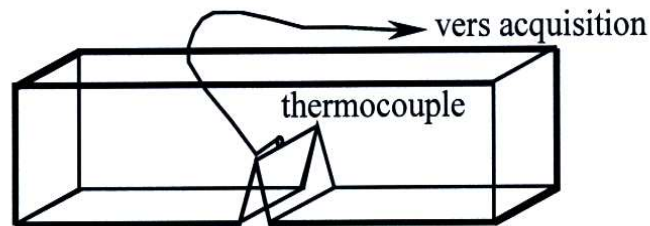


FIG. 3.18 – Eprouvette instrumentée

Nous rappelons que le principe de fonctionnement du thermocouple est l’apparition d’une tension aux bornes de sa jonction dépendant de la température. Cette tension est amplifiée puis directement enregistrée par la carte d’acquisition rapide (1 MHz) en même temps que les signaux de jauge venant des barres (FIG.3.19).

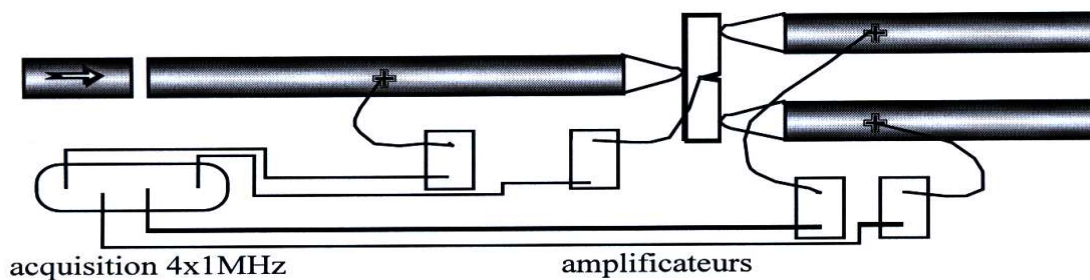


FIG. 3.19 – chaîne d’acquisition

Déroulement des essais

Les 5 essais se déroulent tous à la température ambiante de 0°C . Les conditions d'essais sont :

Numéro	02	03	04	05	06
Vitesse d'impact	12.1	12.1	12.0	15.9	14.7

TAB. 3.6 – Référence des vitesses d'impact

Les vitesses d'impact retenues sont élevées afin de mettre en évidence plus facilement des élévations de températures si elles se produisent.

Principaux résultats

Un exemple de mesure obtenu au cours d'un des essais est donné sur la (FIG.3.20). Pour une température initiale de 0°C , on note une élévation de température de l'ordre de 2°C .

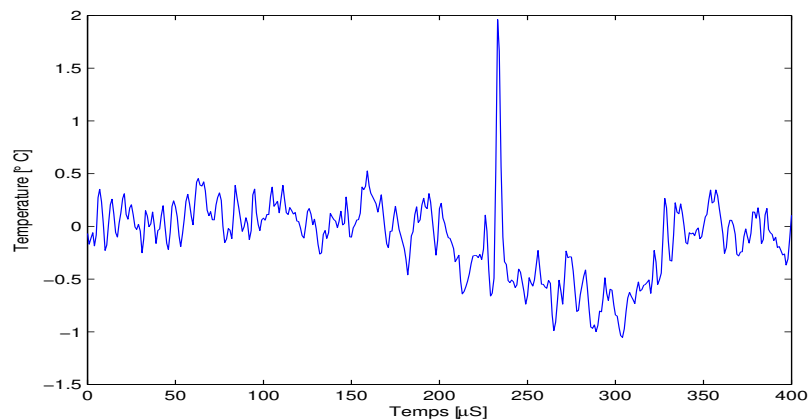
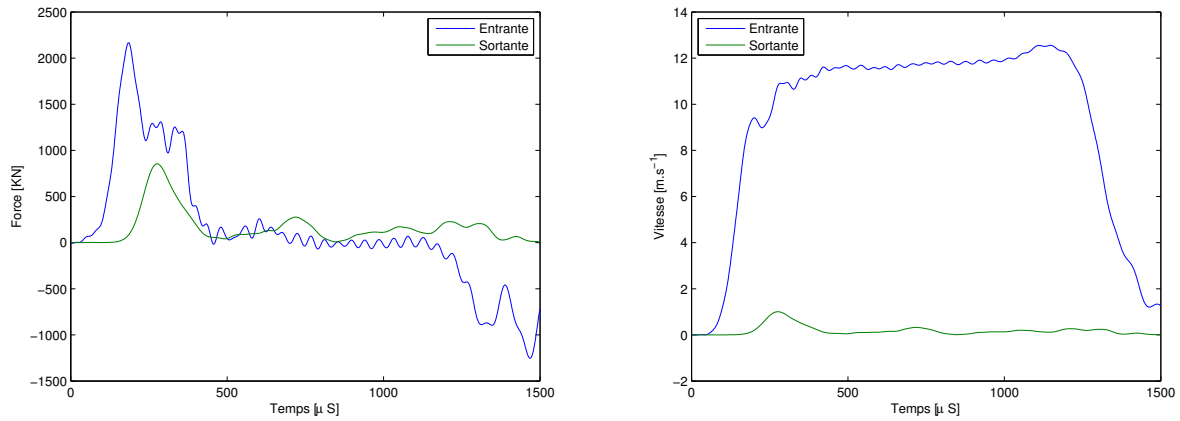


FIG. 3.20 – Evolution du champ de température expérimental

Aussi comparés aux résultats obtenus précédemment à température ambiante de 22°C , aucune différence n'a été observée sur les forces et les vitesses d'impact (FIG.3.21).



(a) Forces aux interfaces

(b) Vitesses aux interfaces

FIG. 3.21 – Résultats avec instrumentation thermique

Conclusions

A la température ambiante de 0°C , la ténacité du PE sous impact est pratiquement identique à celle mesurée à 22°C . Etant déjà à 22°C sous la température de transition fragile-ductile, l'abaissement de la température ambiante n'a pas induit d'effets supplémentaires.

De plus les mesures de température à cœur semblent être inférieures à l'échauffement réel malgré la sensibilité du système d'acquisition. Le thermocouple moyenne sur une surface donnée, et la mesure est effectuée à une distance finie du fond d'entaille 1 mm . Ainsi, il s'avère nécessaire de procéder à des simulations numériques des essais dans les mêmes conditions.

Chapitre 4

Analyse par éléments finis en rupture dynamique

4.1 Paramètres des simulations

Toutes les simulations présentées ont été réalisées à l'aide du logiciel de calcul de structure CAST3M, qui adopte la méthode des éléments finis comme moyen de discrétisation spatiale des équations, pour des raisons pratiques : son avantage vient de la souplesse de ses commandes (langage Gibiane) qui permet d'incorporer son propre schéma de résolution par comparaison à la plupart des codes classiques (ABAQUS, NASTRAN, ...). D'autre part, les codes avec une formulation par équations intégrales ou différences finies font encore l'objet de travaux de recherche [11]. Le développement d'une méthode de ce genre est un sujet à part entière, notre objectif étant de mettre au point d'une démarche d'analyse numérique de la rupture dynamique.

4.1.1 Géométrie

FIG.4.1 présente les données géométriques des éprouvettes poutres fissurées transversalement utilisées dans les essais de flexion 3 points.

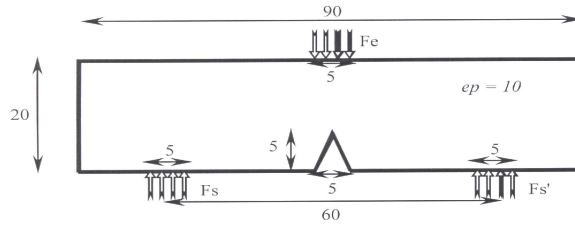


FIG. 4.1 – Définition des essais flexion 3 points

4.1.2 Conditions aux limites

Nous ne représentons pas exactement les conditions de contact entre les barres et les éprouvettes. Nous remplaçons ces conditions par une zone d'application uniforme de pression dont la taille correspond au rayon de courbure des extrémités des barres.

Pour les simulations en quasi-statique, FEA, nous appliquons une force côté entrant et nous bloquons le déplacement moyen côté sortant.

Pour les simulations en dynamique, FEDA, nous appliquons les évolutions temporelles de la force entrante et nous imposons côté sortant la relation d'impédance entre la force et la vitesse pour simuler la présence des barres sortantes :

$$V_s = Z F_s \quad \text{avec} \quad Z = \frac{\rho C S}{3} \quad (4.1)$$

Le coefficient 3 vient de la mise en place de 3 éprouvettes testées simultanément. Aussi, il faut noter que nous choisissons d'appliquer des forces, au détriment des vitesses car ces dernières induiraient des vibrations que l'on n'observe pas expérimentalement.

Les caractéristiques des barres nylon utilisées sont :

$$\begin{cases} \rho = 1145.0 \, kg.m^{-3} \\ C = 1775.0 \, m.s^{-1} \\ \phi = 40.0 \, mm \end{cases} \quad (4.2)$$

4.1.3 Comportement introduit

Le comportement général du polyéthylène faisant encore l'objet de nombreuses études nous nous sommes limités aux données disponibles dans le domaine du dynamique. Ces données sont issues de nos essais de compression dynamique aux barres de Hopkinson. Ils ont mis en évidence un comportement de type élastoplastique avec écrouissage linéaire. Il apparaît aussi que, dans cette gamme de vitesses (300.0 s^{-1} à 1000.0 s^{-1}), le comportement ne dépend pas de la vitesse de déformation (FIG.4.2).

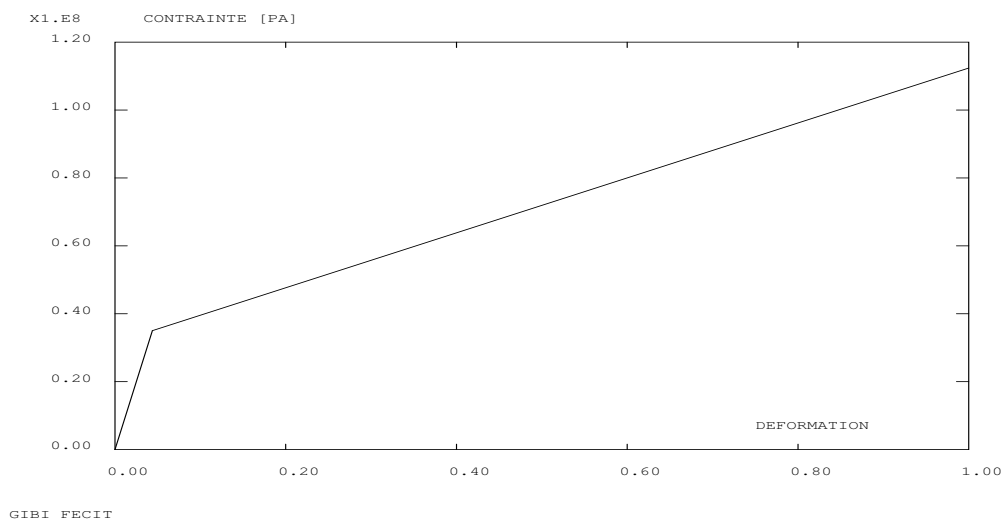


FIG. 4.2 – Loi de comportement élastoplastique retenue

4.2 Simulations quasi-statiques des essais de mécanique

4.2.1 Introduction

Avant de faire directement les simulations des essais de rupture dynamique, nous avons procédé à plusieurs simulations quasi-statiques. Ces simulations ont pour but de trouver les conditions suffisantes pour mener les simulations en dynamique.

4.2.2 Démarches-Résultats

L'épaisseur des éprouvettes n'étant ni importante ni très faible, nous avons réalisé 3 types de simulation : $2D$ déformation plane, $2D$ contrainte plane et $3D$. Dans ces trois cas nous avons aussi réalisé les simulations en élasticité seule et en élastoplasticité. Le chargement appliqué est une force dont l'amplitude est un peu plus grande que le maximum de force appliquée durant les essais dynamique. La valeur retenue est $F = 1,33 \text{ kN}$.

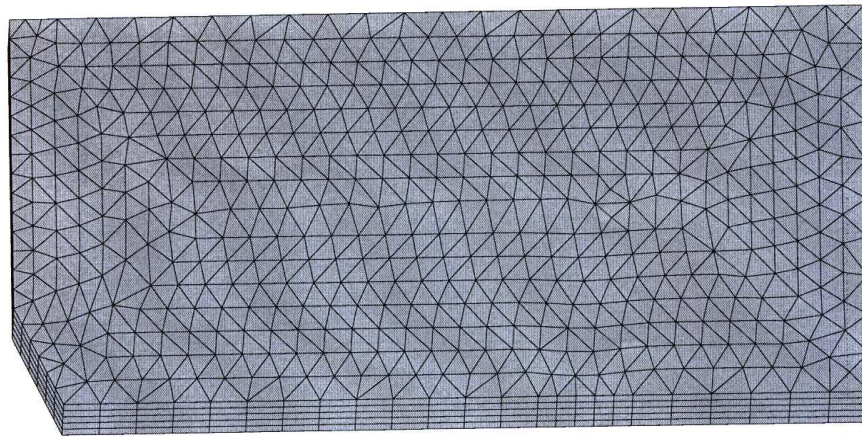


FIG. 4.3 – Maillage $3D$ d'un quart d'éprouvette (le maillage $2D$ est une face du maillage $3D$)

De ces simulations nous avons extrait plusieurs informations :

- δ : l'enfoncement au point d'application de la force ;
- r_p : la taille de la zone plastique en fond d'entaille ;
- ϵ_{eq} : la déformation équivalente en fond d'entaille ;
- ϵ_m : la déformation volumique en fond d'entaille.

FIG.4.4 montre la flèche au centre de l'éprouvette soumis à un chargement en flexion trois quasi-statique avec un comportement élastique. 3 cas sont étudiés :

- tridimensionnel ($3D$) ;
- bidimensionnel en déformation plane ($2D$ -DP) ;
- bidimensionnel en contrainte plane ($2D$ -CP).

Nous avons tracé la flèche entre le milieu de l'éprouvette (P7) et le bord libre. Le $2D - CP$ et $3D$ évoluent quasiment dans les mêmes ordres de grandeur.

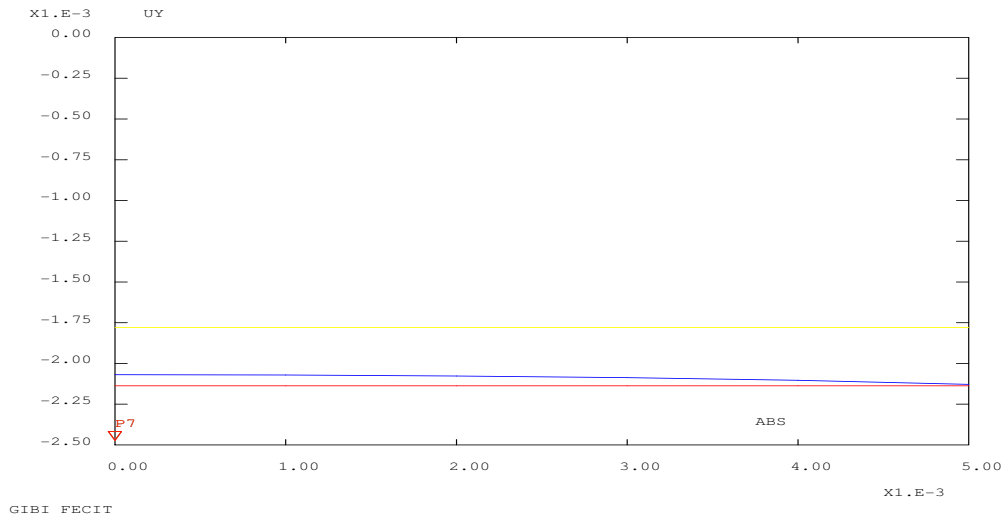


FIG. 4.4 – Evolution des flèches élastiques $2D - DP$, $2D - CP$ et $3D$

FIG.4.5 est identique à FIG.4.4 mais le comportement est élasto-plastique. Le $2D - CP$ est plus défavorable.

FIG.4.6 montre l'évolution de la déformation inélastique équivalente (Von Mises) en fond d'entaille depuis le centre (P0) jusqu'au bord. Comme attendu celle-ci est plus importante au bord.

FIG.4.7 montre l'évolution de la déformation moyenne (dilatation volumique) en fond d'entaille. A l'inverse de la déformation inélastique, elle est maximum au centre de l'éprouvette.

FIG.4.8 présente le champ de déformation anélastique. La plasticité est concentrée sur les mailles entourant le fond d'entaille. On observe aussi un peu de plasticité au point d'application de la charge. Par ailleurs, il faut noter que ce maillage servira pour le calcul dynamique, sinon, il n'est pas optimal pour le calcul statique.

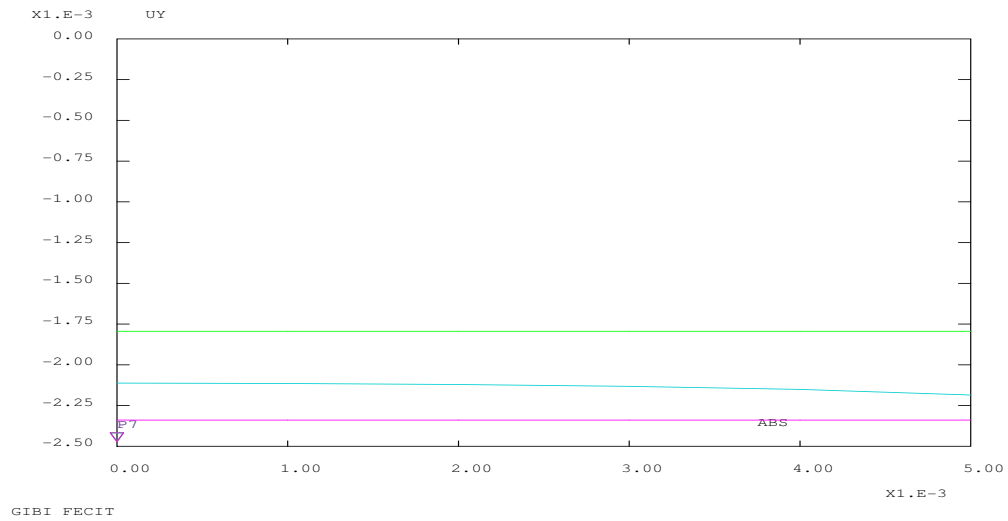


FIG. 4.5 – Evolution des flèches plastiques $2D - DP$, $2D - CP$ et $3D$

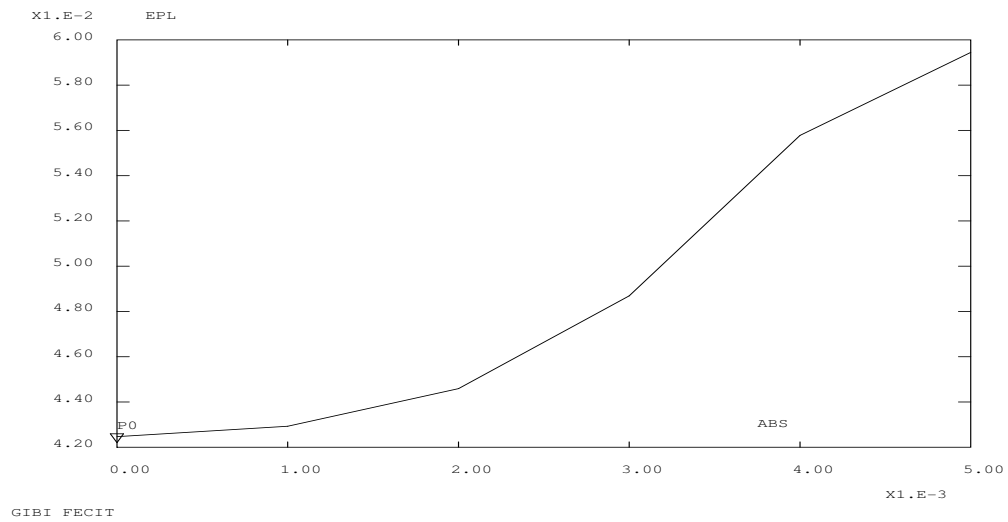


FIG. 4.6 – Evolution de la déformation inélastique de Von Mises

FIG.4.9 présente le champ de déformation volumique. La dilatation la plus forte se trouve le long du fond d'entaille.

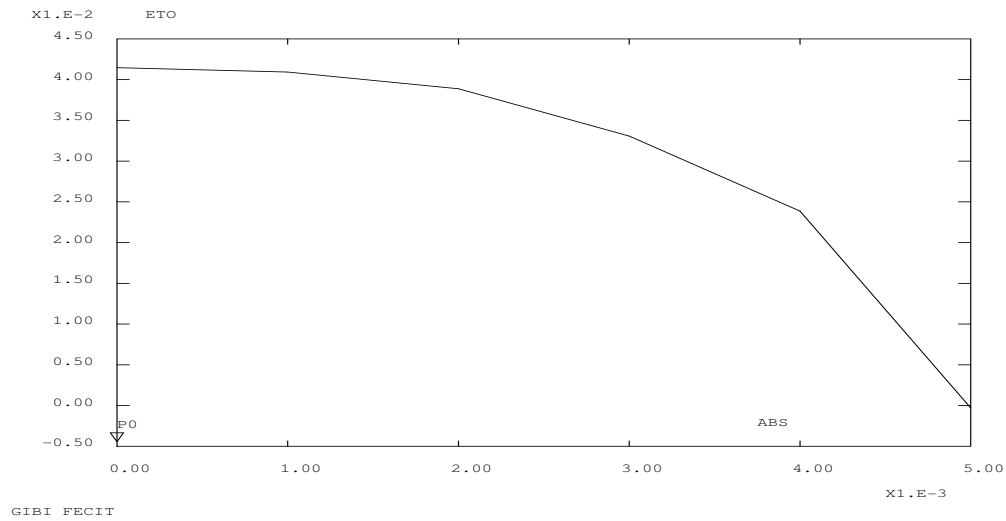


FIG. 4.7 – Evolution de la déformation volumique

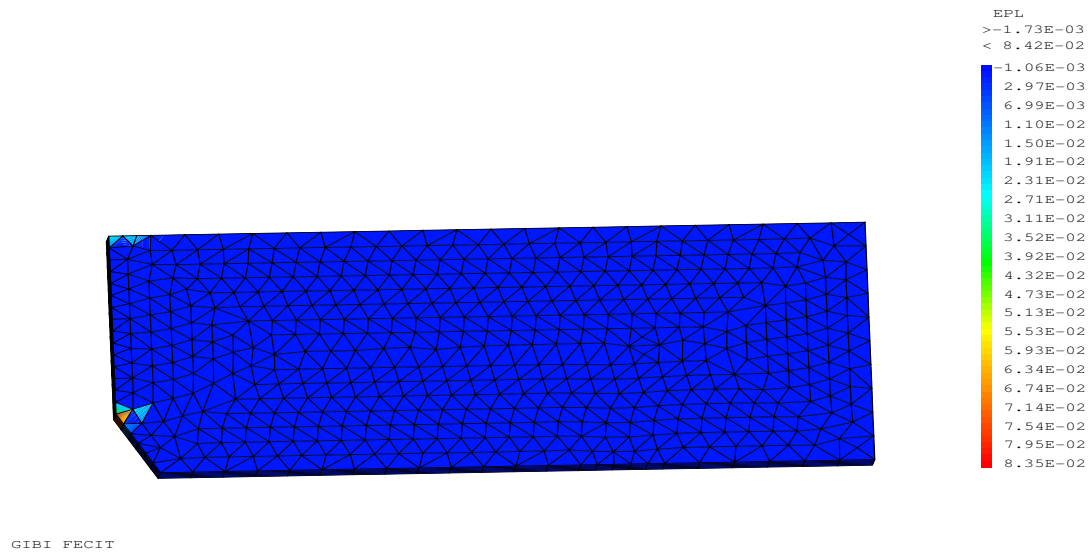


FIG. 4.8 – Déformation inélastique de Von Mises

4.2.3 Conclusions

La plasticité reste confinée en fond d'entaille et ceci confirme le caractère de rupture fragile que l'on observe en dynamique. Les simulations élastiques en contraintes planes 2D reproduisent très bien les simulations en élastoplasticité 3D sauf évidemment en fond d'entaille. Cela

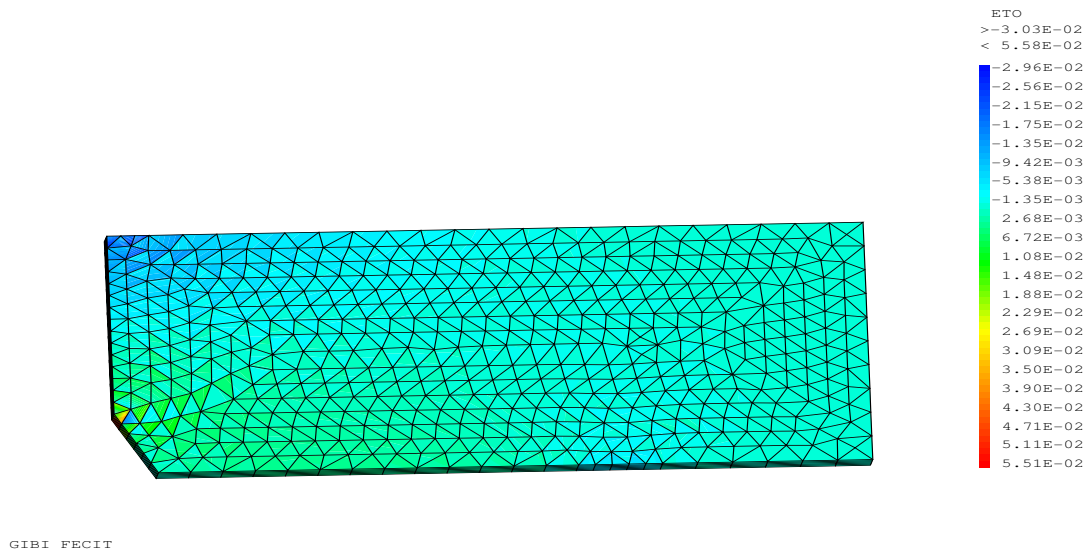


FIG. 4.9 – Déformation volumique

nous permet donc de limiter les simulations numériques sous chargement dynamique au cas $2D$ contrainte plane. Si l'on veut ensuite connaître précisément la sollicitation en fond d'entaille il suffit de se reporter à la correspondance entre les calculs $2D$ élastique et $3D$ élastoplastiques en quasi-statique à condition d'être en charge croissante.

4.3 Simulations dynamiques des essais de mécanique

4.3.1 Schéma numérique

Compte tenu des résultats précédents sur les simulations quasi-statiques, nous pouvons, au moins dans un premier temps, limiter la modélisation au comportement élastique linéaire en $2D$ sous l'hypothèse de contraintes planes.

Parmi la grande variété de schémas d'intégration temporelle, nous retenons ici le schéma différences finies centré qui est aussi performant que les schémas de Newmark, les plus utilisés dans les codes de calcul.

Une interpolation linéaire des vitesses et des accélérations conduit naturellement au schéma centré à deux pas de temps :

$$M \frac{U^{n+1} - 2 U^n + U^{n-1}}{\Delta t^2} + K \frac{U^{n+1} + 2 U^n + U^{n-1}}{4} = F^n \quad (4.3)$$

où M est la matrice de masse, K la matrice de rigidité, U^i les déplacements nodaux au pas i , F^i les forces nodales au pas i , Δt le pas de temps. Ce schéma d'intégration est implicite (i.e. la détermination des champs inconnus nécessite la résolution d'un système algébrique) et inconditionnellement stable.

Tel quel, ce schéma donne des réponses qui globalement sont parfaitement cohérentes avec les données expérimentales mais qui présentent des oscillations à hautes fréquences qui ne sont pas observées expérimentalement. Cela s'explique dans la mesure où le schéma retenu est parfaitement conservatif et les moindres erreurs sur les données expérimentales introduites perdurent sur toute la simulation.

Dans les expériences, il existe toujours une légère dissipation provenant des conditions de contact, du comportement qui est légèrement viscoélastique [39]. Sans chercher à décrire précisément ces phénomènes dissipatifs, nous avons introduit un terme de dissipation numérique viscoélastique en ajoutant dans le schéma précédent, (4.3), une rigidité sur la vitesse des déformations :

$$M \frac{U^{n+1} - 2 U^n + U^{n-1}}{\Delta t^2} + K^V \frac{U^{n+1} - U^{n-1}}{2 \Delta t} + K \frac{U^{n+1} + 2 U^n + U^{n-1}}{4} = F^n \quad (4.4)$$

La matrice de rigidité K^V est construite à partir de la rigidité K en considérant qu'elles sont du même ordre de grandeur dans les plus hautes fréquences f_{max} :

$$K^V = \frac{K}{2 \pi f_{max}} \quad \text{avec} \quad f_{max} = 1 \text{ MHz} \quad (4.5)$$

Cependant, il faudrait souligner que ce genre de pratique ne permet plus une approche par conservation d'énergie.

4.3.2 Résultats

Nous avons donc simulé les expériences de rupture. Pour chaque expérience, nous prenons comme entrée la force appliquée par la barre entrante (FIG.3.15) et nous extrayons des simulations la vitesse au point d'application de la force, la vitesse aux points d'appui sur les barres sortantes, et les déformations en fond d'entaille (FIG.4.10).

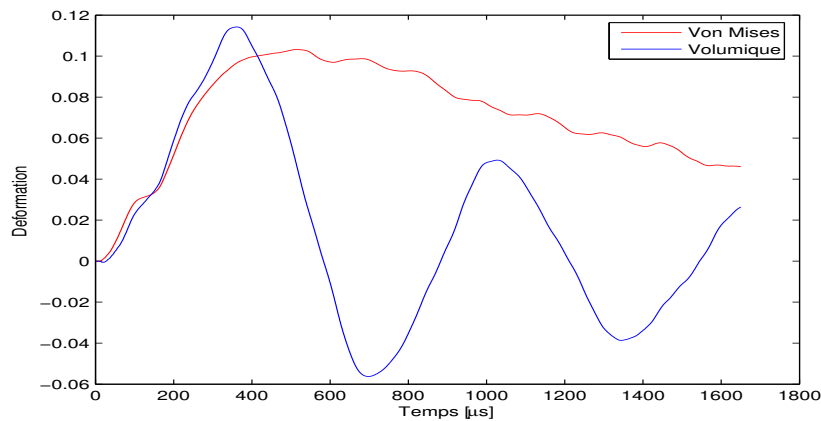
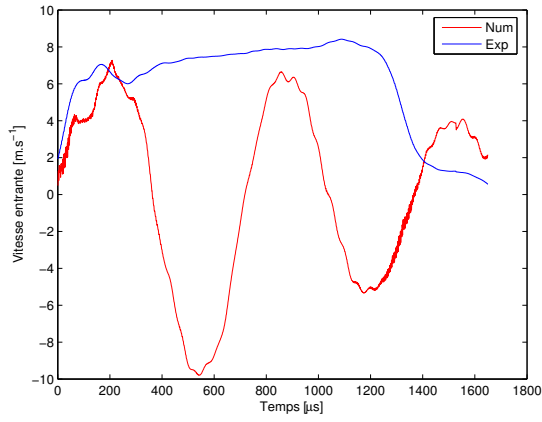


FIG. 4.10 – Déformation en fond d'entaille

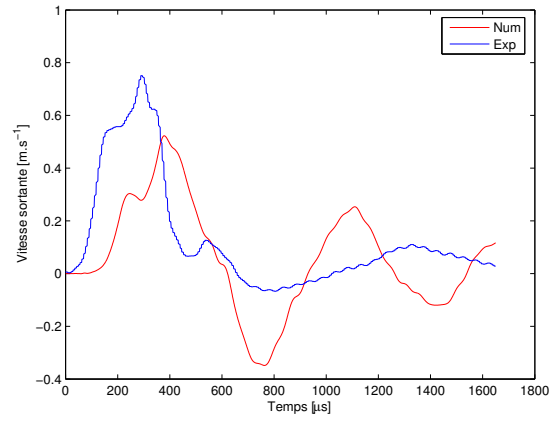
De manière générale, on retrouve convenablement les vitesses mesurées expérimentalement sur les 250 premières μs , puis, une divergence nette apparaît (FIG.4.11).

Cela s'explique simplement par la rupture fragile qui se produit dans les expériences et qui n'est pas simulée numériquement. Le moment où se produit cette divergence est donc un indicateur de l'instant de la rupture. On examine ensuite le niveau des déformations atteintes à cet instant pour en déduire un premier critère d'amorçage de rupture en dynamique (FIG.4.12).

En effet, en dynamique, à cause des propagations d'ondes, les mesures à un instant donné ne sont pas suffisantes pour déterminer les grandeurs recherchées au même instant. En rupture



(a) Entrantes



(b) Sortantes

FIG. 4.11 – Vitesses aux interfaces

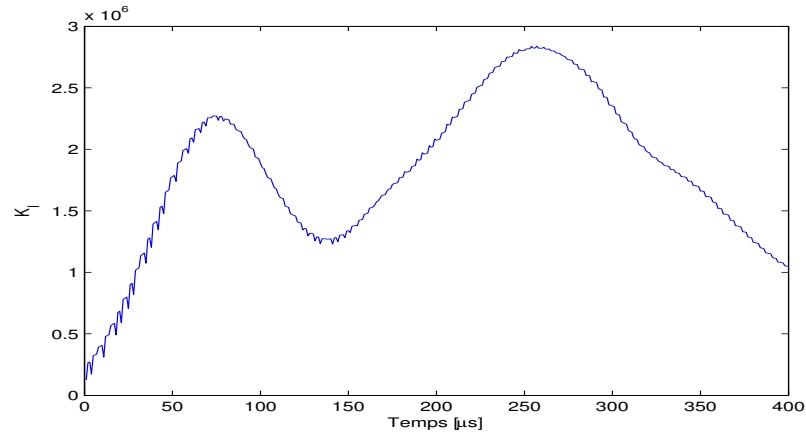


FIG. 4.12 – Facteur d'intensité dynamique en mode I : $K_I [Pa \sqrt{m}]$

dynamique, la relation entre les mesures $F(t)$ et $U(t)$ et la grandeur inconnue $K(t)$ est une équation de convolution temporelle [45]. Ainsi, pour l'essai de flexion dynamique trois points (FIG. 4.13), on tire de [28] :

$$K_I(t) = \frac{3\sqrt{\pi} S \sqrt{a}}{2BW^2} \left[1.09 - 1.735 \left(\frac{a}{W} \right) + 8.2 \left(\frac{a}{W} \right)^2 - 14.18 \left(\frac{a}{W} \right)^3 + 14.57 \left(\frac{a}{W} \right)^4 \right] F(t) \quad (4.6)$$

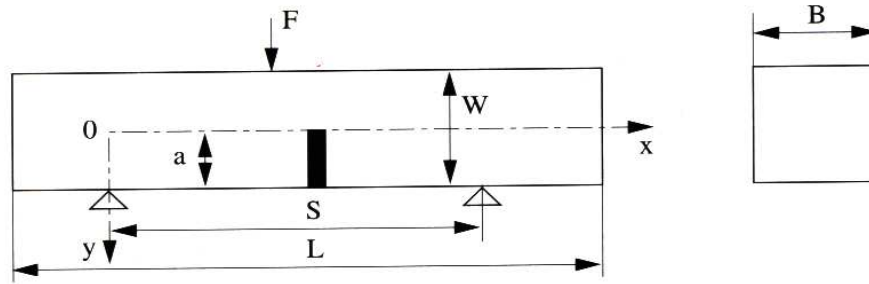


FIG. 4.13 – Caractéristiques géométriques d’une éprouvette Charpy

4.3.3 Conclusions

Cette première étude sur l’analyse d’essais de rupture dynamique de polyéthylène en flexion 3 points a fourni plusieurs résultats importants :

- Une analyse bidimensionnelle en contraintes planes est pertinente.
- La plasticité reste confinée autour du fond d’entaille ce qui permet de limiter les simulations numériques au cas élastodynamique.
- Pour faire une analyse fine des expériences, il suffit de se reporter aux simulations élastodynamiques bidimensionnelles qui rendent compte parfaitement du comportement global des éprouvettes au cours des essais de rupture et de reprendre les résultats des simulations élasto-plastiques tridimensionnelles quasi-statiques pour examiner les sollicitations du fond d’entaille.

Nous nous orientons maintenant vers les couplages thermomécaniques. Il s’agirait de calculer les élévations de températures engendrées en fond d’entaille. Pour cela il faut introduire le comportement thermomécanique dans les simulations. Sous chargement dynamique et compte tenu de la faible conductivité thermique du polyéthylène il n’est pas nécessaire de considérer les effets thermiques transitoires, une modélisation adiabatique est suffisante.

4.4 Simulations dynamiques des essais de thermomécanique

4.4.1 Introduction

Les expériences ont été conçues pour la mesure instantanée de la température en pointe de fissure en mode I dans un matériau fragile et l'analyse du champ thermique a été effectuée sur la base de la modélisation décrite précédemment. Une analyse par éléments finis couplée température-déplacement a été utilisée pour modéliser ces essais de rupture dynamique.

4.4.2 Problème thermomécanique

FIG.4.14 montre le maillage du problème de thermomécanique résolu. Du fait de la symétrie du chargement et de la géométrie la moitié de la structure est modélisée. On ne permet aucun gradient de température ou d'effort de cisaillement le long du bord de symétrie. L'équilibre thermique au cours des essais est modélisé en maintenant à 0°C l'élévation de température dans toute la structure.

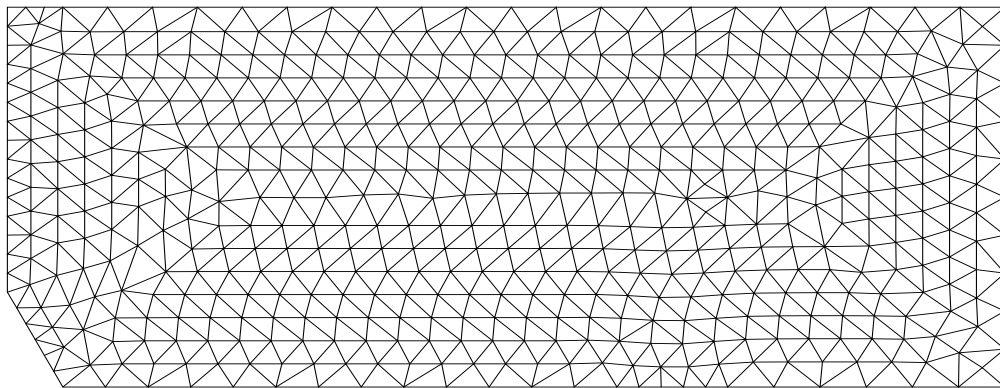


FIG. 4.14 – Maillage du problème de thermomécanique

Le PE est modélisé en tant que matériau isotrope, élastique-plastique avec l'écrouissage linéaire. Nous considérons, comme précédemment, un modèle $2D$ contrainte plane. Aussi, le PE est à un taux de déformation peu sensible dans la gamme des taux de déformation développés. Nous rappelons que le comportement du matériau a été obtenu à partir des essais de

compression dynamique sur des éprouvettes cylindriques de PE soumis à un traitement thermique (FIG.3.8).

La fraction du travail plastique convertie en chaleur pour le PE est basée sur les valeurs mesurées expérimentalement, comme décrit plus tôt. D'autres propriétés mécaniques et thermiques ont été basées sur les valeurs sous forme de tableaux (TAB.2.1).

La densité de maille a été décidée après une étude de convergence de maille comme compromis entre l'exactitude de solution et la durée de calcul. Ce maillage s'est avéré suffisant pour une solution précise en tout point de la structure.

FIG.4.15 montre le chargement expérimentale appliqué dans les FEDA. Les résultats expérimentaux rapportés ici sont pour un essai typique. L'essai répété dans des conditions identiques a montré une faible variation dans les charges maximales (moins de 10%).

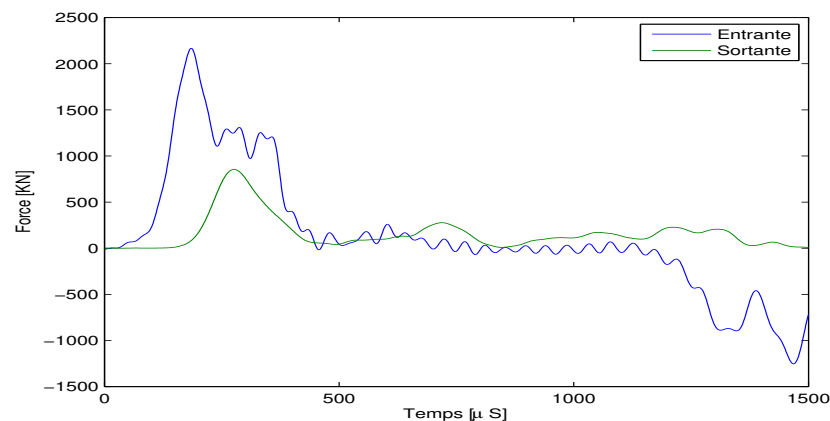


FIG. 4.15 – Forces du problème de thermomécanique

Ce qui peut être attribué à de légères variations des conditions d'essai et des différences dans les propriétés matériaux des éprouvettes soumis à un traitement thermique. Les différences dans les résultats dus aux différents taux de chargement utilisés sont beaucoup plus petites. Ceci corrobore l'hypothèse que le comportement du PE n'est pas sensible au taux de déformation à ces

taux de chargement et toutes les variables mécaniques pour des essais réalisés à différents taux de chargement ont été comparées en les traçant en fonction du déplacement du point d'application du chargement.

4.4.3 Résultats-Conclusions

FIG.4.16 montre l'histoire de la déformation élastique volumique et de la déformation plastique équivalente. Cette dernière représente les dommages accumulés dans le matériau. La rupture étant fragile, la plasticité est, ainsi, contenue dans la zone qui traduit le fond d'entaille. Cette plasticité confinée explique l'analyse thermique dans l'évaluation des intégrales de contour pour les calculs de flux d'énergie dans la zone de mesure instantanée du champ de température.

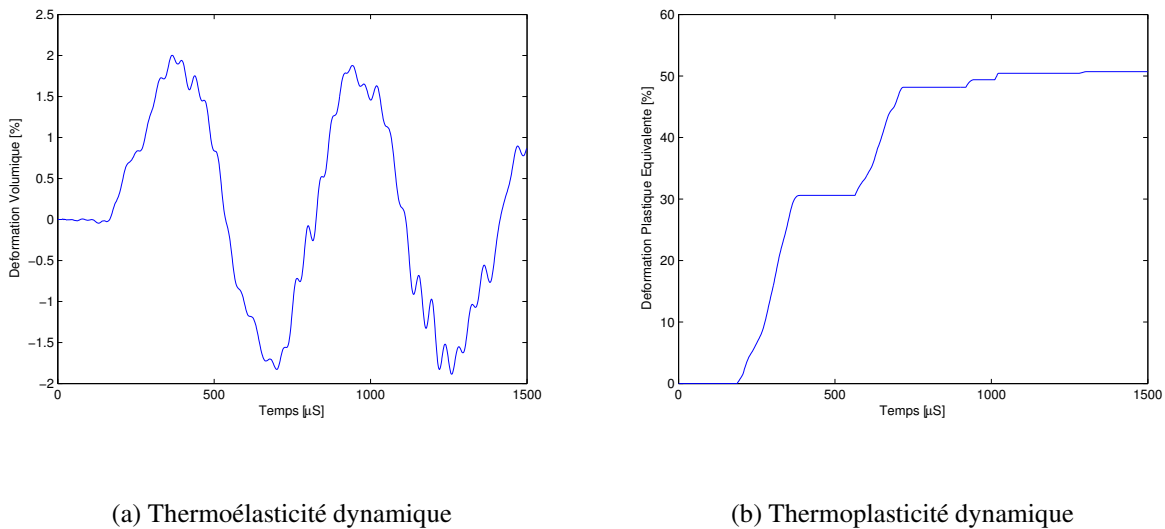


FIG. 4.16 – Evolution des déformations

Les données des essais réalisés ont été enregistrées par une carte d'acquisition rapide (1 MHz), la quantité significative de dissipation thermique a lieu dans la zone d'implantation des thermocouples. Ainsi, les calculs de flux d'énergie peuvent être effectués pour les essais réalisés où l'erreur associée à la dissipation thermique non mesurée est considérée petite et donc ignorée.

FIG.4.17 montre les champs de température simulés à partir des conditions d'essai. En thermoplasticité dynamique on note une élévation maximale de température 18°C . On devrait

noter, aussi, que ce champ de la température est fortement localisé en fond d'entaille et en thermoélasticité dynamique, l'élévation de température est de l'ordre de $2^{\circ}C$. La thermoélasticité dynamique simulée rivalise bien avec les résultats expérimentaux et modélisés. Ils sont qualitativement semblable.

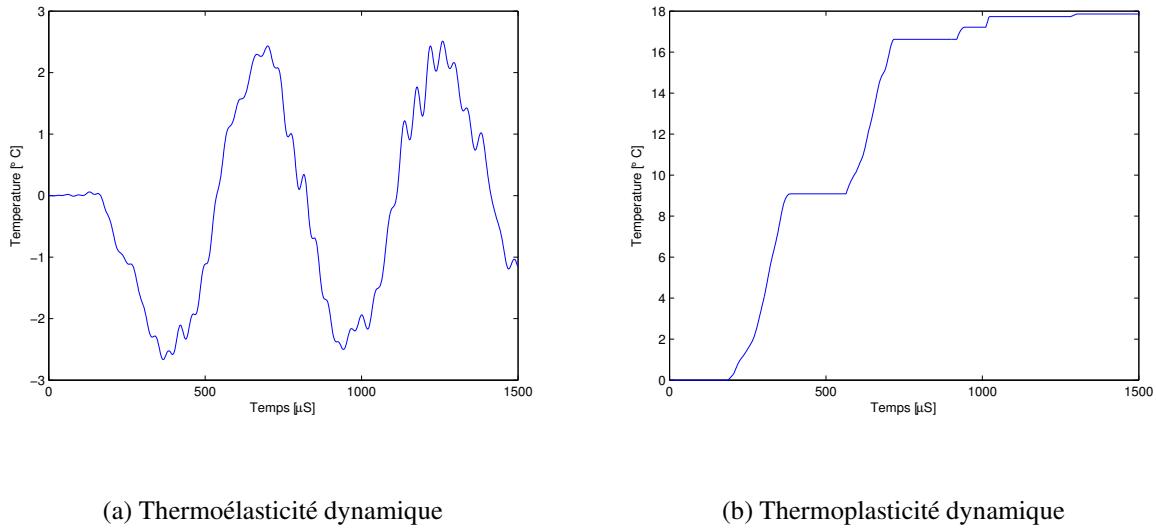


FIG. 4.17 – Evolution des champs de température

Bui et al. [9] ont réalisé les études numériques qui ont mis en évidence que pour une fissure mobile rapide, le champ de température est dominé par la conduction et la valeur maximale des isothermes est centrée en pointe de fissure. En revanche, les thermocouples moyennent sur une surface donnée qui ressemble à celle due à une source de chaleur approximativement circulaire, pour un matériau de faible conductivité thermique.

Ainsi, le champ de température en pointe de fissure est dominé par la source de chaleur et la conduction par comparaison joue un rôle plus significatif. Cependant, le long de la ligne de fissure loin de la pointe de fissure, le refroidissement dû à la convection mène à un affaiblissement évident des températures à partir des valeurs plastiques dans FIG.4.8.

L'analyse adiabatique prévoit des températures du même ordre en fond d'entaille, où la conduction a un effet comparativement plus grand. En thermoplasticité dynamique, il convient de noter des plages de températures de 9, 16 et $18^{\circ}C$ respectivement à 30, 48 et 50% de défor-

mation.

En raison de la nature fortement localisée du champ de température, les résultats expérimentaux sont sensibles aux points de mesures des thermocouples. Les résultats montrés dans FIG.3.20 reflètent les mesures thermiques au cours des essais. Les températures maximales relevées justifient l'emplacement des thermocouples dans ces essais.

FIG.4.18 trace l'histoire de toute la chaleur contenue, $\int_{\Gamma_A} \rho c T d\Gamma_A$, dans le rayon d'action du thermocouple. On peut observer une immersion du refroidissement thermoélastique dans la production de chaleur à partir de :

$$T = -\frac{3 K \alpha}{\rho c} T_0 tr\epsilon + T_0 \quad (4.7)$$

Après cette immersion initiale, toute la production de chaleur augmente de façon monotone avec le travail plastique converti en chaleur jusqu'à la rupture de l'éprouvette. Après cette rupture, il n'y a plus de travail plastique et la diminution de la production de chaleur est due à la conduction, à la convection et au rayonnement. La conduction de la chaleur en dehors de la région du fond d'entaille s'avère négligeable [6].

Ainsi, l'évolution de la production totale de chaleur montrée sur FIG.4.18 est équivalente à toute la chaleur produite dans l'éprouvette. La modélisation pour les calculs de flux d'énergie décrits précédemment ignore la perte de chaleur due à la convection et au rayonnement. La FEDA, explique, en quelque sorte, cette perte et peut être utilisée pour analyser l'effet d'ignorer ces pertes.

FIG.4.19 trace l'erreur dans le champ de température calculée en fond d'entaille dû aux effets de convection et de rayonnement ignorés. La quantité de perte de chaleur en un point due à la convection et au rayonnement dépend de l'élévation de la température et de la durée pour lesquelles les températures élevées ont été éprouvées. Près du fond d'entaille et en avant de ce

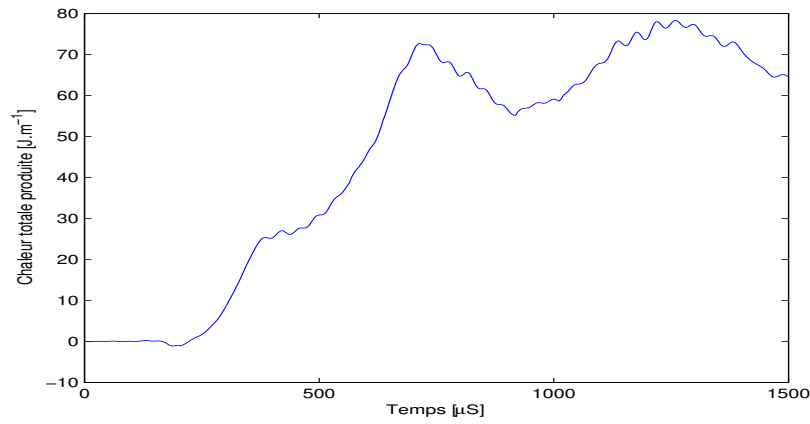


FIG. 4.18 – Evolution de la chaleur totale générée

dernier, ces pertes ont comme conséquence une différence de température de moins que 1°C . On s'attend à ce que ces erreurs soient plus petites ailleurs. En fait, le taux de perte de chaleur en dehors de la zone de mesure, est d'un ordre de grandeur plus petit que le taux de génération de la chaleur.

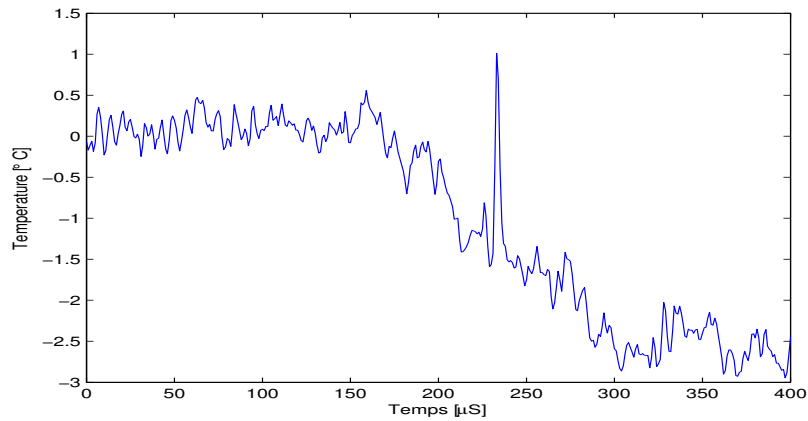


FIG. 4.19 – Erreur sur la champ de température estimée par FEDA

L'équation (2.40) peut être maintenant utilisée pour calculer le flux d'énergie en fond d'entaille. La fraction du travail plastique convertie en chaleur, $\beta(\epsilon_p)$, exigée pour l'application de cette équation varie de 0,6 à 1,0 (FIG.3.11). Puisque le champ de contrainte plastique n'est pas déterminé expérimentalement, une valeur constante de la variable doit être utilisée. Le choix

approprié de β (sécant : dérivée par rapport au temps) pour ce calcul est sélectionné en utilisant la FEDA pour calculer le taux de travail plastique instantané et le taux de variation instantané de la teneur en chaleur dans la structure. β est alors calculé comme le rapport,

$$\beta = \frac{\left[\int_{\Gamma_A} \rho c \dot{T} d\Gamma_A \right]_{FEDA}}{\left[\int_{\Gamma_A} \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p d\Gamma_A \right]_{FEDA}} \quad (4.8)$$

qui a comme conséquence une valeur moyenne de β de 0,606 à la rupture et de 0,986 à la fin de l'essai.

FIG.4.20 montre le flux d'énergie, en fond d'entaille, calculé à partir des résultats de FEDA (2.38). Une analyse de convergence de maille [6] a prouvé que le flux d'énergie calculé par l'analyse par éléments finis était peu sensible à l'amélioration du maillage.

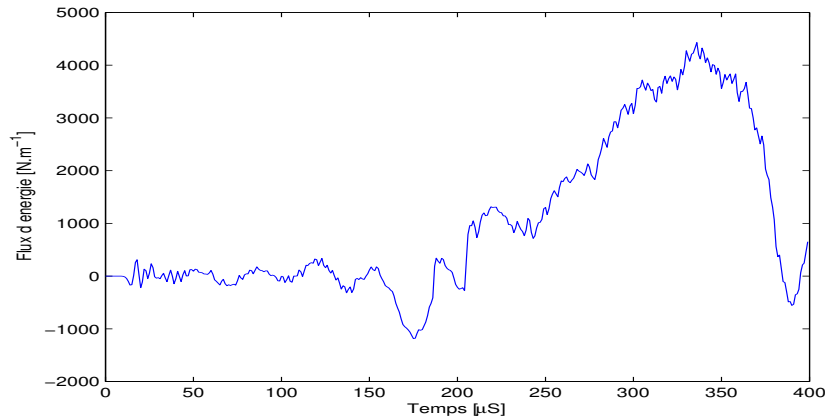


FIG. 4.20 – Flux d'énergie de fissure, $\dot{a} = 100.0 \text{ m.s}^{-1}$

La courbe montre un taux de consommation d'énergie d'amorçage de fissure de l'ordre de $2,0 \cdot 10^7 \text{ N.m}^{-1}$. La manière dont la rupture s'étend en réponse à ce flux reste cependant plus délicate à interpréter : la fissure, en se propageant dynamiquement, se crée une structure qui lui est propre, comme le traduisent les faciès de rupture [26, 27].

Chapitre 5

Modélisation unidimensionnelle

Sur la base d'une analyse théorique, l'objectif ici est, d'une part, d'étudier l'effet du couplage, et, d'autre part, d'analyser des critères fonction de la température et leurs effets sur la propagation dynamique de fissure. Ceci n'est pas possible numériquement en $2D$ car les codes ne sont pas encore parfaitement au point sur la propagation seule de fissure avec des critères isothermes [76, 77].

Le modèle unidimensionnel n'implique pas de variation de volume ($tr\epsilon = 0$) donc pas de changement de température. Ainsi, les équations mécanique et thermique sont découplées dans toute la structure avec en pointe de fissure l'introduction de source de chaleur concentrée D .

5.1 Equation mécanique

Le système est constitué d'une poutre de type DCB (Double Cantilever Beam, i.e. une poutre double en porte à faux) soumise à des efforts d'ouverture à ses extrémités gauches (FIG.5.1). Le système est préfissuré d'une longueur a_0 . C'est la dissipation, D , dans la position $a(t)$ et à la vitesse $\dot{a}(t)$, due à cette fissure que nous cherchons à déterminer. Du fait de la symétrie de chargement et de géométrie, on étudiera seulement la partie supérieure de la poutre de section S et de masse volumique ρ .

Le problème unidimensionnel indique la prise en compte de :

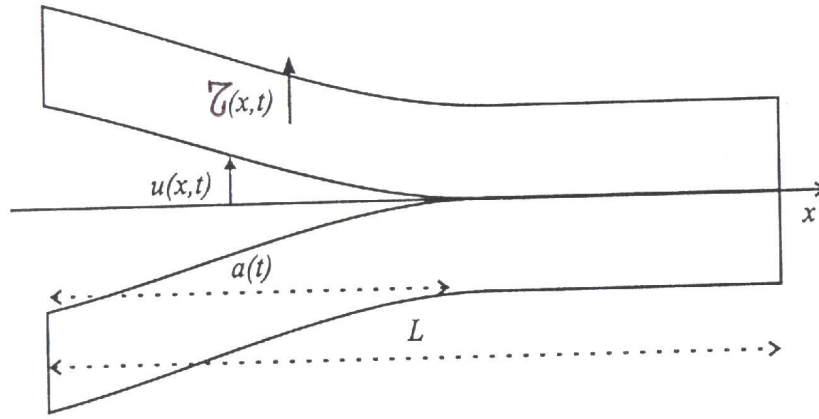


FIG. 5.1 – Modélisation unidimensionnelle

- une variable d’espace : x ,
- un champ cinématique : $u(x, t)$, le déplacement transverse,
- une composante de contrainte : $\tau(x, t)$, l’effort tranchant.

5.1.1 Comportement structural

Equation du mouvement

En considérant que le système ne subit pas d’effort volumique, les équations de mouvement réduites à cette cinématique se ramènent à :

$$\frac{\partial \tau}{\partial x}(x, t) = \rho S \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) \quad (5.1)$$

Loi de comportement élastique

La relation de comportement élastique linéaire limitée à la cinématique unidimensionnelle se réduit à :

$$\tau(x, t) = \mu S \frac{\partial u}{\partial x}(x, t) \quad (5.2)$$

Le module d’élasticité μ représente le rapport entre le cisaillement et la distorsion. Seul le comportement en cisaillement est donc actif.

Equation d'onde

Des équations (5.1) et (5.2), on tire l'équation d'onde sur $u(x, t)$ où $c = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ est la célérité des ondes dans ce milieu :

$$c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) = 0 \quad (5.3)$$

de solution générale de la forme :

$$u(x, t) = f(x - c t) + g(x + c t) \quad (5.4)$$

dans les conditions additionnelles définies ci-dessous.

Conditions initiales

La poutre est supposée initialement au repos et préfissurée :

$$\begin{cases} u(x, t = 0) = 0 & \forall x \\ a(t = 0) = a_0 \end{cases} \quad (5.5)$$

Conditions aux limites

Un chargement transverse noté $F(t)$ est appliqué à l'extrémité $x = 0$ de la poutre, d'une part, et d'autre part du point de vue de la propagation des ondes et en raison du caractère unidimensionnel, la pointe de fissure impose une condition d'encastrement :

$$\begin{cases} \tau(x = 0, t) = -F(x, t) \\ u(x = a(t)) = 0 \end{cases} \quad (5.6)$$

Cette dernière est particulière car elle est mobile, $a(t)$ évolue au cours du temps.

5.1.2 Paramètres de rupture

Bilan d'énergie

Afin de définir les critères de propagation, on étudie le bilan énergétique du système et on ressort les paramètres pouvant caractériser la fissuration. Pour ce fait, on écrit le bilan d'énergie du système fermé constitué de la poutre en son entier de $x = 0$ à $x = L$:

$$\dot{\Psi}_{elas} + \dot{K} + D = P_{ext} \quad (5.7)$$

avec :

- $\dot{\Psi}_{elas} = \frac{d}{dt} \int_0^L \frac{1}{2} \frac{\tau^2}{\mu S} dx$: la puissance associée à l'énergie potentielle élastique,
- $\dot{K} = \frac{d}{dt} \int_0^L \frac{1}{2} \rho S \dot{u}^2 dx$: la puissance associée à l'énergie cinétique,
- D : la puissance dissipée par la rupture,
- $P_{ext} = F(t) \cdot \dot{u}(x=0, t)$: la puissance totale des efforts extérieurs.

On montre que la puissance dissipée D par la pointe de fissure est [11] :

$$D = \frac{1}{2} \dot{a} \frac{\tau^2(a(t), t)}{\mu S} \left(1 - \frac{\dot{a}^2}{c^2} \right) \quad (5.8)$$

Taux de restitution d'énergie

La dissipation, D , à la pointe de fissure se décompose (2.13) en :

$$D = \dot{a} G \quad (5.9)$$

où G est le taux de restitution d'énergie [8]. De (5.8), il est montré pour être :

$$G = \frac{1}{2} \frac{\tau^2(a(t), t)}{\mu S} \left(1 - \frac{\dot{a}^2}{c^2} \right) \quad (5.10)$$

G , étant positif (2.13), conduit à une limite théorique de la vitesse de propagation, $\dot{a}(t) \leq c$.

Par ailleurs, la relation de choc à la pointe de fissure se traduit par :

$$\tau^+ = \tau^- \left(1 - \frac{\dot{a}^2}{c^2} \right) \quad (5.11)$$

où τ^+ et τ^- sont respectivement les cisaillements en avant et en arrière de la pointe de fissure.

Par conséquent, le taux de restitution d'énergie prend la forme suivante :

$$G = \frac{1}{2} \frac{\tau^-}{\mu S} \tau^+ = \epsilon^- \tau^+ \quad (5.12)$$

et peut donc s'identifier comme le produit du facteur des déformations ϵ^- par le facteur des contraintes τ^+ . Cette expression est comparable à la formule d'Irwin [36], $G = \frac{k+1}{8\mu} K^\sigma K^u$.

5.2 Aspect couplage thermomécanique

5.2.1 Champ de température en pointe de fissure

Le problème à résoudre, ne contenant qu'une seule non homogénéité : la source interne Φ , se présente sous la forme suivante :

$$k S \Delta T - \rho c S \dot{T} = \Phi \quad \text{avec} \quad \Phi = \dot{a} G \delta(x = a(t)) \quad (5.13)$$

que nous pouvons résoudre entre autres [12, 7] par la méthode impulsienne (source ponctuelle, instantanée).

En effet, si $T_\delta(x, t)$ est la réponse à l'impulsion de Dirac, la solution $T(x, t)$ est donnée par :

$$T(x, t) = T_\delta *_{\substack{t \\ t}} f = \int_0^t T_\delta(t - \varsigma) f(\varsigma) d\varsigma \quad \text{avec} \quad f(t) \text{ une source de chaleur} \quad (5.14)$$

Pour la fissure en propagation, la source vaut $f(t) = G \dot{a}(t)$ et est mobile d'où l'expression :

$$T(x, t) = \int_0^t T_\delta(x - a(\varsigma), t - \varsigma) G \dot{a}(\varsigma) d\varsigma \quad (5.15)$$

Résolution

La réponse à l'impulsion de Dirac, $T_\delta(x, t)$, en espace et au temps $t = 0$, $\delta(x = a(t)) \delta(t)$, est :

$$T_\delta(x, t) = \frac{1}{2 \sqrt{\pi} S \sqrt{\rho c k} \sqrt{t}} e^{-\frac{\rho c}{k} \frac{x^2}{4t}} \quad (5.16)$$

Ainsi, la solution $T(x, t)$ est :

$$T(x, t) = \int_0^t \frac{1}{2 \sqrt{\pi} S \sqrt{\rho c k} \sqrt{(t - \varsigma)}} e^{-\frac{\rho c}{k} \frac{[x - a(\varsigma)]^2}{4(t - \varsigma)}} G \dot{a}(\varsigma) d\varsigma \quad (5.17)$$

Cette expression n'admet pas de réponse analytique même pour une vitesse de propagation de fissure constante.

Cependant, on peut faire une intégration numérique avec par exemple $k = \rho = c = S = 1$ (solution adimensionnelle). FIG.5.2 montre le profil de température en $x = 0$ avec t variable. On relève une convergence vers une température constante, $T = \frac{1}{2}$.

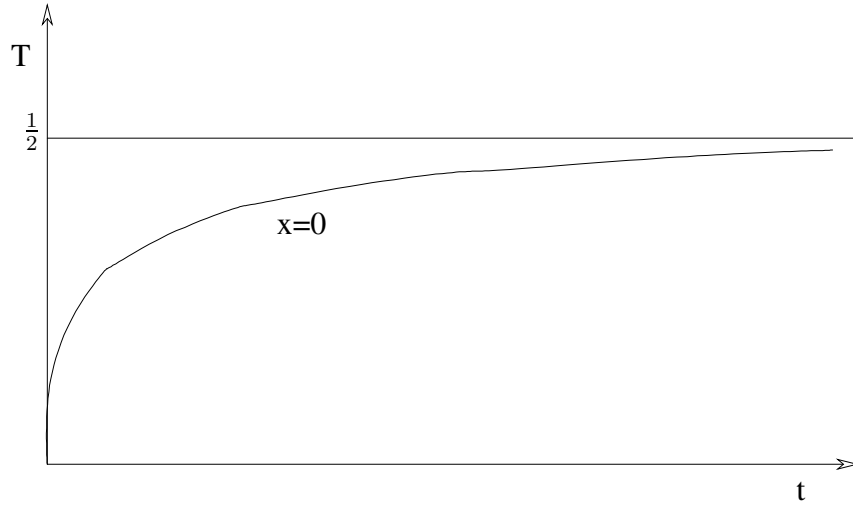


FIG. 5.2 – Solution adimensionnelle de température à l'origine

Aussi, FIG.5.3 représente les solutions numériques avec $x = (1, 2, \dots)$ et t variables. On note encore une fois une convergence à $t \rightarrow \infty$ mais avec des pics de température aux instants de passage de la fissure aux abscisses considérés.

5.2.2 Processus de rupture

Pour étudier l'influence de la température sur la propagation, il faut donc se donner un critère de rupture. Ici, nous choisissons le taux de restitution d'énergie G et sa valeur critique G_c .

Le taux de restitution d'énergie G étant relié à la déformation et à la contrainte en la pointe de fissure (5.12), le critère de propagation à partir du taux de restitution d'énergie critique G_c est alors :

$$\begin{cases} G = \frac{4}{\mu S} F^2(x - c t) \cdot \frac{1 - \frac{\dot{a}}{c}}{1 + \frac{\dot{a}}{c}} < G_c & \Rightarrow \dot{a}(t) = 0 \\ G = \frac{4}{\mu S} F^2(x - c t) \cdot \frac{1 - \frac{\dot{a}}{c}}{1 + \frac{\dot{a}}{c}} = G_c & \Rightarrow \dot{a}(t) > 0 \end{cases} \quad (5.18)$$

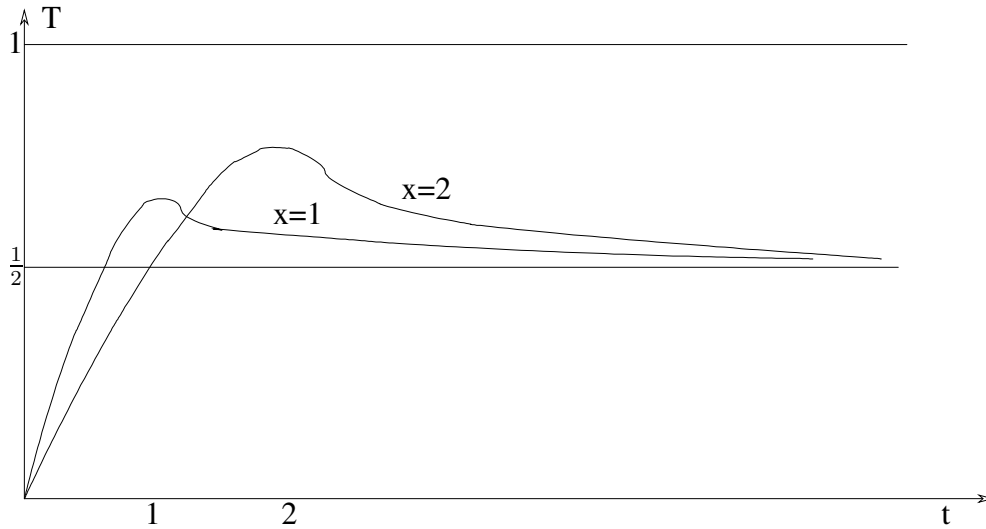


FIG. 5.3 – Solution adimensionnelle de température en $x = (1, 2, \dots)$

d'où la résolution d'une équation différentielle non-linéaire d'ordre I qui implique $a(t)$ (FIG.5.4).

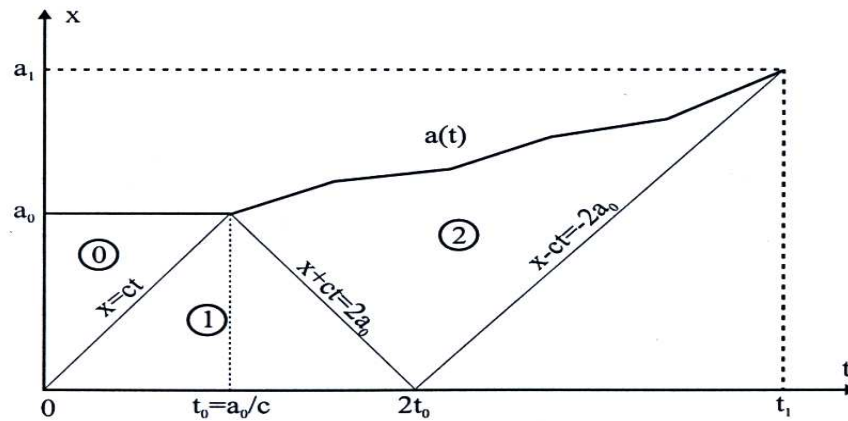


FIG. 5.4 – Arrivée du front d'onde en pointe de fissure et propagation

Pour la rupture, ce qui nous intéresse plus particulièrement, c'est la température juste en avant de la pointe de fissure puisque c'est cette température qui va définir les propriétés de résistance là où la fissure va se prolonger. La solution étant régulière (pas de singularité de température en pointe de fissure) on examine donc la température à la pointe même de fissure.

Son expression T_A est :

$$T_A(t) = \int_0^t \frac{1}{2 \sqrt{\pi} S \sqrt{\rho c k} \sqrt{(t-\varsigma)}} e^{-\frac{\rho c}{k} \frac{[a(t)-a(\varsigma)]^2}{4(t-\varsigma)}} G \dot{a}(\varsigma) d\varsigma \quad (5.19)$$

Dans le cas où G et \dot{a} sont constants, cette expression (5.19) s'intègre analytiquement et on trouve :

$$T_A(t) = \frac{G}{\rho c S} \operatorname{erf} \left(\frac{\dot{a}}{2} \sqrt{\frac{\rho c}{k}} t \right) \quad (5.20)$$

avec $\operatorname{erf} z = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-\xi^2} d\xi$ (Fonction d'erreur) et une limite à $t \rightarrow \infty$, $T_{A_{lim}}$ qui vaut :

$$T_{A_{lim}} = \frac{G}{\rho c S} \quad (5.21)$$

Cette température limite est le double des valeurs limites à x fixé (FIG.5.5).

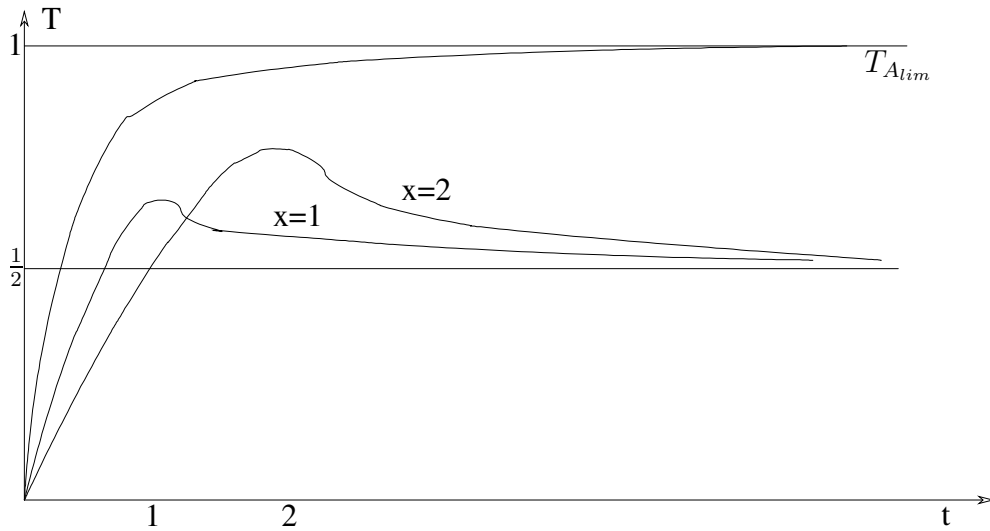


FIG. 5.5 – Solution adimensionnelle de température limite

Aussi, on tire un temps caractéristique t_{car} pour atteindre cette température limite :

$$t_{car} = \frac{0.91 k}{\rho c \dot{a}^2} \quad (5.22)$$

Si ce temps est très petit la température en pointe de fissure sera donnée directement par la limite et dépendra linéairement de G ; G pouvant varier dans des temps plus long.

Par exemple, sur un barreau de dimension $L = 0,35 \text{ m}$ et $S = 2.10^{-4} \text{ cm}^2$, on obtient les valeurs suivantes :

	$\dot{a} [m.s^{-1}]$	$G [Pa.m]$	$t_{car} [s]$	$T_{A_{lim}} [^{\circ}C]$
Acier	800.00	468.75	$1.58 \cdot 10^{-11}$	62.00
Polyéthylène	100.00	4200.00	$1.94 \cdot 10^{-11}$	13.00

TAB. 5.1 – Temps caractéristique et température limite pour l’acier et le polyéthylène

Ces valeurs ne sont représentatives que de l’exemple considéré car la solution dépend fortement des paramètres choisis.

Si t_{car} est très grand alors il y a un couplage complexe dans la propagation. La température va augmenter avec la position de la fissure. Ainsi même si G et \dot{a} sont constants la température va croître régulièrement et il est possible d’atteindre alors une transition thermique qui modifiera le critère de propagation.

Pour étudier cet effet, il faut définir auparavant la relation entre critère et température, mais il est peu probable que même avec une dépendance simple on puisse obtenir une expression analytique de la propagation.

Par exemple, dans le cas d’un barreau impacté par autre barreau, le chargement en effort est constant et l’équation de propagation s’écrit :

$$\frac{\dot{a}}{c} = \frac{\frac{F^2}{\mu S} - \frac{G_c}{4}}{\frac{F^2}{\mu S} + \frac{G_c}{4}} \quad (5.23)$$

On trouve une relation simple entre \dot{a} et G_c . Rien n’empêche des variations de G_c au cours du

temps, la fissure adaptant alors sa vitesse (pas de dépendance explicite avec le temps).

Ainsi, si le critère de propagation vis à vis de la température de transition T_c s'écrit, par exemple :

$$\begin{cases} T < T_c & \Rightarrow & G = G_c \\ T > T_c & \Rightarrow & G = 2 G_c \end{cases} \quad (5.24)$$

l'équation de propagation devient :

$$\frac{\dot{a}}{c} = \frac{\frac{F^2}{\mu S} - \frac{G_c}{2}}{\frac{F^2}{\mu S} + \frac{G_c}{2}} \quad (5.25)$$

En supposant que la relation entre T et G est toujours donnée par la limite atteinte instantanément (5.21), T augmente et vaut $2 T_c$ pour $G = 2 G_c$:

$$T = \frac{2 G_c}{\rho c S} > T_c \quad (5.26)$$

Lorsque G atteint $2 G_c$, \dot{a} peut s'annuler ce qui correspond à un arrêt de la propagation de fissure. Alors la température diminue, entraînant une baisse de G_c et donc un redémarrage possible de la propagation de fissure. Il existe donc un régime d'équilibre avec une propagation ralentie.

Si la fissure tend à s'arrêter la température va se bloquer à T_c , G_c va se fixer à la valeur correspondant de T_c (5.21) et \dot{a} se déduit de G_c .

Si \dot{a} est de nouveau nulle alors la propagation doit être lente avec une possibilité de diffusion de la chaleur pour rester sous T_c .

5.3 Conclusions

Cette modélisation unidimensionnelle du couplage thermomécanique en rupture dynamique est utile pour calculer des ordres de grandeur température et temps caractéristique et évaluer l'effet de la température sur la propagation avec des critères dépendant de la température.

Conclusions

L'étude du champ de la température en rupture dynamique pose de nombreux challenges théoriques et expérimentaux. En dépit des progrès technologiques significatifs réalisés afin de surmonter ces difficultés (par exemple, des millions d'images par seconde du système décrit par Zehnder et al. [83]), les résultats rapportés par différentes investigations restent peu similaires. Il y a peu d'études expérimentales qui ont été soigneusement validées par une modélisation mathématique.

La modélisation pour l'analyse des champs thermiques présentée dans cette étude contient deux résultats essentiels. D'abord, nous montrons que le flux d'énergie de fissure peut être calculé à partir du taux du champ de travail plastique en utilisant (2.40). Ensuite, cette équation est combinée avec l'équation de la chaleur grâce au terme de couplage thermomécanique. Une méthodologie pour l'analyse des champs thermiques en est déduite. L'intégration de (2.40) suppose l'existence de plasticité confinée. Comme montré dans cette étude, les champs mécaniques approchent des états d'équilibre pendant une courte période durant la propagation de la fissure avant que les champs mécaniques en pointe de fissure ne soient affectés par la frontière lointaine. Il est difficile de mettre en évidence l'existence de plasticité confinée. Cependant, pour les conditions d'essais de cette étude, les résultats de la FEA (FIG.4.6) montrent de la plasticité confinée en pointe de fissure. Par conséquent, les conditions de plasticité confinée sont toujours valides. L'approche est encore valide si une interprétation plus générale du flux d'énergie de fissure est adoptée. (2.40) reste conforme à la définition du flux d'énergie de fissure comme l'énergie consommée par unité d'avancement de fissure. Pour un matériau fragile, l'énergie exigée en pointe de fissure pour créer de nouvelles surfaces de fissure est absorbée dans la

plasticité confinée sur Γ_A . L'intégrale dans (2.40) représente ainsi le taux net de dissipation plastique dans toute la structure et la division par la vitesse de propagation de fissure donne cette quantité par avance de fissure. Il est intéressant de noter que ceci implique une mesure complète du champ de température et n'importe quelle technique enregistrant l'histoire de température dans la structure peut être utilisée : ici, un thermocouple noyé au cœur de la structure dont les mesures peuvent être utilisées pour calculer le flux d'énergie en pointe de fissure.

Un autre résultat de cette étude est l'insensibilité du comportement dynamique du PE vis-à-vis des chargements appliqués. Ceci signifie que le temps est seulement un paramètre dans l'analyse mécanique. Néanmoins, la conduction joue un rôle dans le problème de transfert thermique et le champ de température est affecté par le chargement appliqué. Pour l'étude décrite ici, le champ de température a été comparé à ceux résultants d'un FEDA et d'un modèle analytique. En outre, l'élévation maximale de température est petite ($2^\circ C$ à l'impact) et ne mène pas à l'adoucissement thermique du matériau. Ainsi, quoiqu'un FEDA entièrement couplé soit exécuté, le couplage est unidirectionnel. Les champs mécaniques sont à l'origine de la création de chaleur. Cependant, les températures générées ne sont pas assez élevées pour affecter les champs mécaniques.

Les champs thermiques et mécaniques sont couplés par la fraction du travail plastique convertie en chaleur, β . Ce paramètre mesure directement l'intensité de la source de chaleur. Une compréhension détaillée de la façon dont il se comporte en fonction de la contrainte, du taux de contrainte, de la température et d'autres variables, est nécessaire avant que le champ de température puisse être simulé avec certitude pour un problème thermomécanique donné. Ainsi, il est dommage qu'en absence de beaucoup de données expérimentales, un grand nombre d'investigations théoriques sur des champs en pointe de fissure soient basées sur une valeur constante de ce paramètre (habituellement, 0.9 ou 1.0). Dans cette étude, ce paramètre est déterminé pour le PE.

Par comparaison, l'étude de la rupture quasi-statique pose peu de problèmes. Les thermo-

couples utilisés dans l'étude décrite ici, TC, sont des systèmes de mesures disponibles dans le commerce. De même, la modélisation numérique dans cette étude a été effectuée en utilisant le code à usage universel FEA, CAST3M. CAST3M et d'autres codes tels que ABAQUS, ANSYS/Multiphysics, et ALGOR, ont la capacité d'inclure la température comme champ additionnel variable et de résoudre un problème thermomécanique couplé.

Ainsi, un problème, techniquement exigeant comme la rupture dynamique, est employé dans cette étude pour valider systématiquement les techniques expérimentales et numériques généralement utilisées dans l'étude de la rupture. L'histoire des chargements mesurés expérimentalement (FIG.4.15) est utilisée lors de la simulation pour générer les champs mécaniques. En évaluant avec succès le champ de température mesuré (FIG.2.9), la capacité à modéliser le couplage thermomécanique, est vérifiée.

Enfin, en obtenant une bonne corrélation entre le flux d'énergie à la pointe de fissure calculé par FEA et estimé à partir des mesures thermiques, la validité du cadre théorique pour l'analyse des champs thermiques décrites dans cette étude est établie. Ainsi, on démontre qu'un champ de température développé dans des problèmes thermomécaniquement couplés diffusent des informations sur l'énergie absorbée dans le matériau et les techniques, telles que la mesure instantanée du champ de température, peuvent être de puissants outils de diagnostics dans l'étude de la rupture dynamique.

Cette recherche n'a pas la prétention d'avoir résolu entièrement le problème de couplage thermomécanique en rupture dynamique. En effet, il faudrait modéliser la rupture dynamique élastoplastique plus finement en introduisant les effets thermoviscoplastiques car la viscosité diminue avec la température. Il pourrait aussi être utile d'étudier plus précisément les effets du couplage dans la phase de propagation sur le modèle simplifié.

Bibliographie

- [1] J.D. Achenbach and Z.P. Bazant. Elastodynamic near tip stress and displacements fields for rapidly cracks in orthotropic materials. *J. Appl. Mech.*, 97 :183–189, 1975.
- [2] J.A. Kallivayalil an A.T. Zehnder. Measurement of the temperature field induced by dynamic crack growth in beta-c titanium. *Int J Fract*, 66 :99–120, 1994.
- [3] T.L. Anderson. *Fracture mechanics*. CRC Press, Boca Raton, 1991.
- [4] N. Aravas, K.S. Kim, and F.A. Leckie. On the calculations of the stored energy of cold work. *J Eng Mater - Trans ASME*, 112 :465–475, 1990.
- [5] M.B. Bever, D.L. Holt, and A.L. Titchener. The stored energy of cold work. *Prog Mater Sci*, 17, 1973.
- [6] K.S. Bhalla, A.T. Zehnder, and X. Han. Thermomechanics of slow stable crack growth : closing the loop between experiments and computational modeling. *Engng Fract Mech*, 70 :2439–2458, 2003.
- [7] B.A. Boley. *Theory of thermal stresses*. J. Wiley and Sons, New York, 1960.
- [8] H.D. Bui. *Mécanique de la rupture fragile*. Masson, Paris, 1978.
- [9] H.D. Bui, A. Ehrlacher, and Q.S. Nguyen. Thermomechanical couplings in fracture mechanics. In *Thermomechanical couplings in solids.*, pages 327–341, Paris, 1-5 September 1986. Elsevier Science Publishers, New York.
- [10] H.D. Bui, A. Ehrlacher, and Q.S. Nguyen. Mecanique des solides anelastiques - etude experimentale de la dissipation dans la propagation de fissure par thermographie infrarouge. *CR Acad Sci Paris*, 293 :1015–1019, 1981.
- [11] T. Carin. *Modélisation de la propagation dynamique de fissure*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, France, 2000.

-
- [12] H.S. Carslaw and J.C. Jaeger. *Conduction of Heat in Solids*. Oxford University Press, England, 1959.
- [13] G.P. Cherepanov. Crack propagation in continuous media. *J Appl Math Mech*, 31(3) :467–488, 1967.
- [14] A.D. Chitaley and F.A. Mc Clintock. Elastic-plastic mechanics of steady crack growth under anti-plane shear. *J. Mech. Phys. Solids*, 19 :147–163, 1971.
- [15] X. Deng and A.J. Rosakis. Dynamic crack propagation in elastic-perfectly plastic solids under plane stress conditions. *J Mech Phys Solids*, 39 :683–722, 1991.
- [16] A.S. Douglas and H.U. Mair. The temperature field surrounding a dynamically propagating mode iii crack. *Scripta Metall*, 21 :479–484, 1987.
- [17] J. Duffy. Temperature measurements during the formation of shear bands in a structural steel. In *Mechanics of Material Behavior*, pages 75–86, Amsterdam, 1984. Elsevier Science Publishers.
- [18] D.S. Dugdale. Yielding of steel sheets containing slits. *J Mech Phys Solids*, 8 :100–104, 1960.
- [19] D. Durban and P. Papanastasiou. Singular crack-tip fields for pressure sensitive plastic solids. *Int J. Fracture*, 119 :47–63, 2003.
- [20] W. Döll. An experimental study of the heat generated in the plastic region of a running crack in different polymeric materials. *Engng Fract Mech*, 5 :259–268, 1973.
- [21] W. Döll. Application of an energy balance and an energy method to dynamic crack propagation. *Int. J. Fracture*, 12(4) :595–605, 1976.
- [22] W. Döll. Fractography and failure mechanisms of amorphous thermoplastics. In *Fractography and Failure Mechanisms of Polymers and Composites*, pages 387–436, New York, 1989. Elsevier.
- [23] A. Ehrlacher. *Contribution à l'étude thermodynamique de la progression de fissure et à la mécanique de l'endommagement brutal*. Thèse de doctorat d'état, Université Pierre et Marie Curie, Paris, 1985.
-

-
- [24] W.S. Farren and G.I. Taylor. The heat developed during plastic extension of metals. *Proc Roy Soc A*, 107 :422–451, 1925.
- [25] K.M. Flores and R.H. Dauskardt. Local heating associated with crack tip plasticity in zr-ti-ni-cu-be bulk amorphous metals. *J Mater Res*, 14 :638–650, 1999.
- [26] C. Fond and R. Schirrer. Dynamic fracture surface energy values and branching instabilities during rapid crack propagation in rubber toughened pmma. *CR Acad Sci Paris*, t.0(Série II b) :1–6, 2001.
- [27] C. Fond and R. Schirrer. Influence of crack speed on fracture energy in amorphous and rubber toughened amorphous polymers. *Plas. Rubber and Composites*, 30(3) :116–124, 2001.
- [28] D. François. *Essais mécaniques et lois de comportement*. Hermes Science Publications, Paris, 2001.
- [29] L.B. Freund. High strain-rate crack growth in rate dependent plastic solids. *J Mech Phys Solids*, 33 :169–191, 1985.
- [30] L.B. Freund. *Dynamic fracture mechanics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
- [31] K.N.G. Fuller, P.G. Fox, and J.E. Field. The temperature rise at the tip of fast-moving cracks in glassy polymers. *Proc Roy Soc Lond*, 341 :537–557, 1975.
- [32] Y.C. Gao and S. Nemat-Nasser. Dynamic fields near a crack tip growing in an elastic-perfectly-plastic solid. *Mech Mater*, 2 :47–60, 1983.
- [33] A.A. Griffith. *The phenomena of flow and fracture in solids*. Phil. Trans. Roy. Soc., Ser. A221, London, 1921.
- [34] J. Hodowany, G. Ravichandran, A.J. Rosakis, and P. Rosakis. Partition of plastic work into stored energy in metals. *Exp Mech*, 40(2) :113–123, 2000.
- [35] F.P. Incropera and D.F. De Witt. *Fundamentals of Heat Transfer*. John Wiley and Sons, New York, 1980.
- [36] G.R. Irwin. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. *J Appl Mech*, 24(3) :361–364, 1957.
-

-
- [37] J.F. Kalthoff and S. Winkler. Failure mode transition at high rates of shear loading. In *Impact Loading and Dynamic Behaviour of Materials*, Berlin, 1987. Springer Verlag.
- [38] R.P. Kambour and R.E. Barker. Mechanism of fracture in glassy polymers : Temperature rise at the tip of propagating crack in poly(methyl methacrylate). *J. Polymer Science*, 4 :359–363, 1996.
- [39] J. Kichenin. *Comportement thermomécanique du polyéthylène : Application aux structures gazeuses*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique, France, 1992.
- [40] A. Kobayashi, M. Munemura, N. Ohtani, and H. Suemasu. Estimation of heat evolution during viscoelastic crack propagation by liquid crystal film technique. *J Appl Polym Sci*, 27 :3763–3738, 1982.
- [41] A.S. Kobayashi, A.F. Emery, and B.M. Liaw. Dynamic fracture toughness of glass. In *Fracture Mechanics of Ceramics*, New York, 1983. Bradt R.C. and Coll., Plenum Press.
- [42] R. Krishnakumar, R. Narasimhan, and J. Hodowany. Temperature rise in a visco - plastic material during dynamic crack growth. *Int J Fract*, 78 :23–40, 1991.
- [43] Z.B. Kuang and S.N. Atluri. Temperature field due to a moving heat source : a moving mesh finite analysis. *J Appl Mech*, 52 :274–280, 1985.
- [44] W. Li, X. Deng, and A.J. Rosakis. Determination of temperature field around a rapidly moving crack-tip in an elastic-plastic solid. *Int J Heat Mass Transf*, 39 :677–690, 1996.
- [45] H. Maigre. *Contribution théorique à l'identification des grandeurs caractéristiques en mécanique de la rupture dynamique*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique, France, 1990.
- [46] J.J. Mason and A.J. Rosakis. On the dependence of the dynamic crack tip temperature fields in metals upon crack tip velocity and material parameters. *Mechanics of Materials*, 16(4) :337–350, 1992.
- [47] B. Moran and C.F. Shih. Crack tip and associated domain integrals from momentum and energy balance. *Engng Fract Mech*, 27 :615–642, 1987.
- [48] B. Moran and C.F. Shih. A general treatment of crack tip in contour integrals. *Int J Fract*, 35 :295–310, 1987.
-

-
- [49] F.R.N. Nabarro. *Theory of crystal dislocations*. Dover Publications, New York, 1987.
- [50] Q.S. Nguyen. *Stabilité et mécanique non linéaire*. Hermes Science Publications, Paris, 2000.
- [51] J.L. Nowinski. *Theory of Thermoelasticity with Applications*. European Printing Cooperation, Ireland, 1978.
- [52] B. Potthast and K.P. Herrmann. Asymptotic analysis for temperature fields induced by dynamic crack growth in pressure-sensitive materials. *Int J. Fracture*, 106 :57–64, 2000.
- [53] K. Ravi-Chandar. On the failure mode transitions in polycarbonate under dynamic mixed mode loading. *Int. J. Solids and Structures*, 32(6) :925–938, 1995.
- [54] K. Ravi-Chandar, J. Lu, and Z. Zhu. Failure mode transitions in polymers under high strain rate loading. *Int. J. Fracture*, 101 :33–72, 2000.
- [55] J.R. Rice. A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. *J Appl Mech*, 35 :379–386, 1968.
- [56] J.R. Rice, W.J. Drugan, and T.L. Sham. Elastic-plastic analysis of growing cracks. *Fracture Mechanics, ASTM-STP*, 700 :189–219, 1980.
- [57] J.R. Rice and N. Levy. Local heating by plastic deformation at a crack tip. In *Physics of strength and plasticity*, pages 277–293, Cambridge, 1969. MIT Press.
- [58] D. Rittel. Experimental investigation of transient thermoelastic-effects in dynamic fracture. *Int. J. Solids and Structures*, 35(22) :2959–2973, 1998.
- [59] D. Rittel. Transient temperature measurement using embedded thermocouples. *Int. J. of the Society for Experimental Mechanics*, 32(2) :73–78, 1998.
- [60] D. Rittel. Experimental investigation of transient thermoplastic-effects in dynamic fracture. *Int. J. Solids and Structures*, 37(21) :2901–2913, 2000.
- [61] A.J. Rosakis, O. Samudrala, and D. Coker. Cracks faster than the shear wave speed. *Science*, 284(5418) :1337–1340, 1999.
- [62] P. Rosakis, A.J. Rosakis, G. Ravichandran, and J. Hodowany. A thermodynamic internal variable model for the partition of plastic work into heat and stored energy in metals. *J Mech Phys Solids*, 48 :581–607, 2000.
-

-
- [63] TC S.A. *Traité de thermométrie par thermocouple et résistance*. TC, Dardilly-France, 2003.
- [64] J. Salençon. *Mécanique des milieux continus*. Les Editions de l'Ecole Polytechnique, France, 2001.
- [65] E. Sharon, S.P. Gross, and J. Fineberg. Energy dissipation in dynamic fracture. *Physical Review Letters*, 76(12) :2117–2120, 1996.
- [66] C.F. Shih, B. Moran, and T. Nakamura. Crack tip integrals and domain integral representations for three-dimensional crack problems. In *Analytical, numerical, and experimental aspects of three-dimensional fracture processes*, pages 125–139. ASME AMD, 1988.
- [67] D.A. Shockey, J.F. Kalthoff, W. Klemm, and S. Winkler. Simultaneous measurements of stress intensity and toughness for fast running cracks in steel. *Exp Mech*, 40 :140–152, 1983.
- [68] R.P. Singh, J. Lambros, A. Shukla, and A. Rosakis. Investigation of the mechanics of intersonic crack propagation along a bimaterial interface using coherent gradient sensing and photoelasticity. *Proc. Royal Society of London A*, 453 :2649–2667, 1997.
- [69] L.I. Slepyan. Growing crack during plane deformation of an elastic-plastic body. *Mech. Tve. Tela*, 9 :57–67, 1974.
- [70] Z. Soumahoro and H. Maigre. Couplage thermomécanique en rupture dynamique. In *Calcul des Structures*, pages 475–480, Giens, 2005. Hermes Science Publications, Paris.
- [71] N.S. Sun and T.R. Hsu. Thermomechanical coupling effects on fractured solids. *Int. J. Fracture*, 78(1) :67–87, 1996.
- [72] G.I. Taylor and M.A. Quinney. The latent heat remaining in a metal after cold work. *Proc Roy Soc A*, 143 :307–326, 1934.
- [73] M. Toyasada, K. Gotoh, and K. Sagara. Temperature rise near a crack tip due to plastic work under intermediate loading rate and the study of loading rate dependency on fracture toughness for steels. In *Proceedings of the Second International Offshore and Polar Engineering Conference*, pages 108–115, 1992.
-

-
- [74] R. Weichert and K. Schönert. Heat generation at the tip of moving crack. *J Mech Phys Solids*, 26 :151–161, 1978.
- [75] R. Weichert and K. Schönert. On the temperature rise at the tip of a fast running crack. *J Mech Phys Solids*, 22 :127–133, 1978.
- [76] J.G. Williams. A global energy analysis of impact loaded bi-material strips. *Engineering Fracture Mechanics*, 72(6) :813–826, 2005.
- [77] J.G. Williams and A. Pavan. *Fracture of polymers, composites and adhesives*. Elsevier Science Ltd, Oxford, 2000.
- [78] E.H. Yoffé. The moving griffith crack. *Phil. Mag.*, 42 :739–750, 1951.
- [79] A.T. Zehnder. A model for the heating due to plastic work. *Mech Res Commun*, 18 :23–28, 1991.
- [80] A.T. Zehnder, E. Babinsky, and T. Palmer. Hybrid method for determining the fraction of plastic converted to heat. *Exp Mech*, 38 :295–302, 1998.
- [81] A.T. Zehnder, Y.K. Potdar, and K. Bhalla. Plasticity induced heating in the fracture and cutting of metals. In *Thermomechanical fatigue and fracture*, pages 209–244. WIT Press, M.H. Aliabadi editor, 2002.
- [82] A.T. Zehnder and A.J. Rosakis. On the temperature distribution in the vicinity of dynamically propagating cracks in 4340 steel. *J Mech Phys Solids*, 39 :385–415, 1991.
- [83] A.T. Zehnder and A.J. Rosakis. Temperature rise at the tip of dynamically propagating cracks : measurements using high speed infrared detectors. In *Experimental techniques in fracture III*, pages 125–170. VCH Publishers, J. Epstein editor, 1993.
- [84] A.T. Zehnder, V.J. Viz, and Y.K. Potdar. Fatigue fracture in plates in tension and out-of-plane shear. *Fatigue Fract Engng Mech*, 23 :403–415, 2000.
- [85] H. Zhao. *Analyse de l’essai aux barres d’Hopkinson Application à la mesure du comportement dynamique des matériaux*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, France, 1992.
- [86] X.K. Zhu and K.C. Hwang. Dynamic crack-tip field for tensile cracks propagating in power-law hardening materials. *Int J. Fracture*, 115 :323–342, 2002.
-

Table des figures

1.1	Comportement du PE	14
1.2	Modes de rupture	15
1.3	Systèmes d'axes par rapport à la fissure	17
1.4	Evolution des fonctions universelles en fonction de \dot{a}	21
1.5	Répartition angulaire des contraintes en avant de la pointe de fissure	22
1.6	Evolution de $K_{\theta\theta}$ pour différente valeur de \dot{a}	22
1.7	Direction de propagation en fonction de \dot{a}	23
1.8	Amorçage et propagation quasi-statique	25
1.9	Critères possibles en propagation dynamique	26
1.10	Propagation dans du verre [41]	27
2.1	Fissure linéaire avec référence mobile	33
2.2	Distribution de la température $T^{(2)}$, $\dot{a} = 100 \text{ m.s}^{-1}$	42
2.3	Courbes isothermes en fonction de \dot{a} , $r = 0.001 \text{ m}$	43
2.4	Onde plane de traction	49
2.5	Rayonnement de l'onde diffractée	49
2.6	Chargement	50
2.7	Facteur d'intensité des contraintes	50
2.8	Réponse à l'origine pour un pulse en $\frac{1}{\sqrt{r}}$	52
2.9	Evolution en fond de fissure des champs de température	53
3.1	Description de l'essai Charpy	55
3.2	Système de barres de Hopkinson	57

3.3	Vue générale du dispositif expérimental	63
3.4	Vitesse de déformation du PE	65
3.5	Comportement dynamique du PE	66
3.6	Eprouvette instrumentée dans le dispositif expérimental	68
3.7	Vitesse de déformation du PE à $0^{\circ}C$	69
3.8	Comportement dynamique du PE à $0^{\circ}C$	70
3.9	Résultats de la mesure de température	71
3.10	Comparaison de l'énergie mécanique et de la température	71
3.11	Fraction de l'énergie mécanique convertie en chaleur	73
3.12	Transformation de l'énergie mécanique en chaleur	74
3.13	Barres de Hopkinson en flexion. Barres en nylon.	75
3.14	Disposition des éprouvettes	76
3.15	Résultats sans instrumentation thermique	76
3.16	Dispositif général	78
3.17	Moyen d'obtention des conditions thermiques	79
3.18	Eprouvette instrumentée	79
3.19	chaîne d'acquisition	79
3.20	Evolution du champ de température expérimental	80
3.21	Résultats avec instrumentation thermique	81
4.1	Définition des essais flexion 3 points	83
4.2	Loi de comportement élastoplastique retenue	84
4.3	Maillage $3D$ d'un quart d'éprouvette (le maillage $2D$ est une face du maillage $3D$)	85
4.4	Evolution des flèches élastiques $2D - DP$, $2D - CP$ et $3D$	86
4.5	Evolution des flèches plastiques $2D - DP$, $2D - CP$ et $3D$	87
4.6	Evolution de la déformation inélastique de Von Mises	87
4.7	Evolution de la déformation volumique	88
4.8	Déformation inélastique de Von Mises	88
4.9	Déformation volumique	89

4.10	Déformation en fond d'entaille	91
4.11	Vitesses aux interfaces	92
4.12	Facteur d'intensité dynamique en mode I : $K_I [Pa \sqrt{m}]$	92
4.13	Caractéristiques géométriques d'une éprouvette Charpy	93
4.14	Maillage du problème de thermomécanique	94
4.15	Forces du problème de thermomécanique	95
4.16	Evolution des déformations	96
4.17	Evolution des champs de température	97
4.18	Evolution de la chaleur totale générée	99
4.19	Erreur sur la champ de température estimée par FEDDA	99
4.20	Flux d'énergie de fissure, $\dot{a} = 100.0 \text{ m.s}^{-1}$	100
5.1	Modélisation unidimensionnelle	102
5.2	Solution adimensionnelle de température à l'origine	106
5.3	Solution adimensionnelle de température en $x = (1, 2, \dots)$	107
5.4	Arrivée du front d'onde en pointe de fissure et propagation	107
5.5	Solution adimensionnelle de température limite	108

Liste des tableaux

2.1	Caractéristiques physiques du polyéthylène et de l'acier	41
3.1	Référence des essais de mécanique	64
3.2	Vitesses de déformation moyenne des essais de mécanique	64
3.3	Estimations de modules initiaux et d'écrouissage	66
3.4	Référence des essais de thermomécanique	69
3.5	Vitesses de déformation moyenne à $0^{\circ}C$	70
3.6	Référence des vitesses d'impact	80
5.1	Temps caractéristique et température limite pour l'acier et le polyéthylène . . .	109

ETUDE DU COUPLAGE THERMOMECHANIQUE DANS LA PROPAGATION DYNAMIQUE DE FISSURE

L'objectif de ce travail est d'étudier le couplage thermomécanique dans les mécanismes de rupture dynamique notamment dans la loi de comportement. Le problème de propagation de fissure est étudié dans le cadre de la thermodynamique classique. Les conséquences du premier et second principe sont déduites, en particulier, il est montré que la pointe de fissure se comporte comme une source mobile. Les singularités puis les régularités de température sont discutées. En élastodynamique, l'expression asymptotique de la solution couplée est donnée en élasticité et conduction linéaire. En plasticité dynamique, la réponse mécanique et thermique est simulée pour le mouvement d'état d'équilibre instantané et le mode I de chargement. Le problème de fissure fixe sous chargement dynamique est discuté en régime transitoire. Pour une restriction unidimensionnelle, les équations mécanique et thermique sont découplées dans toute la structure avec en pointe de fissure un couplage thermomécanique simplifié. Les résultats obtenus sont comparés aux observations expérimentales par des essais de flexion 3 points instrumentés thermiques.

Mots-clés : Couplage thermomécanique, Flexion 3 points instrumenté thermique, Analyse dynamique par éléments finis, Rupture dynamique, Flux d'énergie de fissure.

STUDY OF THERMOMECHANICAL COUPLING IN DYNAMIC CRACK PROPAGATION PROBLEMS

The objective of this work is to investigate the thermomechanical coupling in dynamic fracture mechanisms among others in the constitutive law. The problem of crack propagation is studied within the framework of classical thermodynamics. The consequences of the first and second principles are derived, in particular it is shown that the crack-tip behaves like a moving heat source. The singularities, then, the regularities of temperature are discussed. In elastodynamics, the asymptotic expansion of the coupled solution is given in linear elasticity and linear conduction. In dynamic plasticity, the mechanical and thermal response is simulated by numerical analysis for instantaneous state motion and mode I loading. The fixed problem of crack under dynamic loading is discussed in transient state. For a unidimensional restriction, the equations mechanics and thermics are uncoupled in all the structure with in crack-tip a simplified thermomechanical coupling. The obtained results are compared to experimental observations by flexion 3 points tests thermals instrumented.

Keywords : Thermomechanical coupling, Flexion 3 points tests thermals instrumented, Finite element dynamic analysis, Dynamic fracture, Crack energy flux.